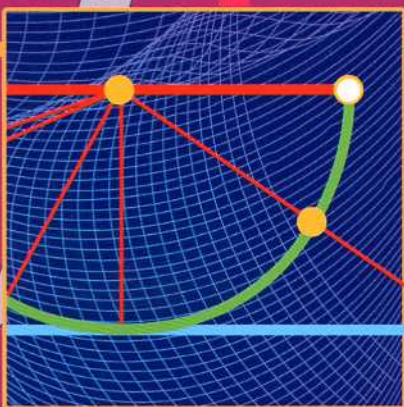


АЛГЕБРА



8

**Самостоятельные
и контрольные
работы**



**ВЕНТАНА
граф**



Алгоритм успеха

А.Г. Мерзляк
В.Б. Полонский
Е.М. Рабинович
М.С. Якир

АЛГЕБРА

8

класс

**Самостоятельные
и контрольные работы**

Пособие для учащихся
общеобразовательных
организаций



Москва
Издательский центр
«Вентана-Граф»
2017

ББК 22.141я72

М52

Мерзляк А.Г.

М52 Алгебра : 8 класс : самостоятельные и контрольные работы : пособие для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович и др. — М. : Вентана-Граф, 2017. — 112 с. : ил.

ISBN 978-5-360-08298-9

Пособие содержит упражнения для самостоятельных и контрольных работ. Используется в комплекте с учебником «Алгебра. 8 класс» (авторы А.Г. Мерзляк, В.М. Поляков), входит в систему «Алгоритм успеха».

Соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования (2010 г.).

ББК 22.141я72

© Мерзляк А.Г., Полонский В.Б.,
Рабинович Е.М., Якир М.С., 2015
© Издательский центр «Вентана-Граф»,
2015

ISBN 978-5-360-08298-9

От авторов

Это пособие вместе с учебником для углублённого изучения математики «Алгебра. 8 класс» авторов А.Г. Мерзляка, В.М. Полякова входят в один учебно-методический комплект.

Первая часть пособия — «Самостоятельные работы» — разделена на четыре однотипных варианта по 41 работе в каждом (самостоятельные работы, имеющие одинаковые номера, являются однотипными). Каждая самостоятельная работа соответствует определённому параграфу учебника, что отражено в названии этой работы. К параграфам учебника, изучение которых предполагает рассмотрение задач многих типов, предлагаются две самостоятельные работы. Наличие аналогичных задач в самостоятельных работах с одинаковыми номерами также позволяет использовать этот материал для отработки навыков решения основных типов задач.

Вторая часть пособия содержит задания для контрольных работ.

Самостоятельные работы

Вариант 1

Самостоятельная работа № 1

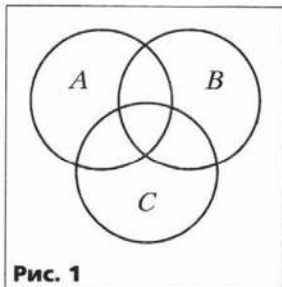
Множество. Подмножества данного множества

- Дана функция $f(x) = 3 - |x|$. Какие из следующих утверждений являются верными:
 - $5 \in D(f)$;
 - $4 \in E(f)$;
 - $5 \notin E(f)$;
 - $4 \notin D(f)$?
- Запишите все собственные подмножества множества натуральных делителей числа 6.
- Изобразите с помощью диаграммы Эйлера соотношение между множествами A , B и C , если: $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $C = \{2, 4\}$.

Самостоятельная работа № 2

Операции над множествами

- Пусть A и B — множества цифр, используемых соответственно для записи чисел 4733 и 843. Найдите:
 - $A \cap B$;
 - $A \cup B$;
 - $A \setminus B$.
- Даны множества $A = \{x \mid x \in \mathbf{Z}, -2 \leq x < 3\}$ и $B = \{x \mid x \in \mathbf{Z}, x \leq 1\}$. Задайте перечислением элементов множество:
 - $A \cap B$;
 - $A \setminus B$.
- На диаграмме Эйлера (рис. 1) изображены множества A , B и C . Заштрихуйте множество:
 - $(A \cup C) \cap B$;
 - $(A \cap B) \setminus C$.



Самостоятельная работа № 3**Формулы включения-исключения.
Взаимно однозначное соответствие**

- Докажите, что количество трёхзначных чисел равно количеству пятизначных чисел, в записи которых вторая и четвёртая цифры (считая слева направо) соответственно равны 2 и 7.
- В 8 классе 26 учеников. Все ученики этого класса увлекаются математикой или химией. Математикой увлекаются 18 человек, а химией — 14 человек. Сколько учеников увлекаются и математикой, и химией?

Самостоятельная работа № 4**Равномощные множества. Счётные множества**

- Докажите, что множество чисел вида 3^{n+11} ($n \in \mathbb{N}$) счётно.
- На координатной плоскости отметили точки $A(1; 0)$, $B(4; 0)$, $C(0; 2)$, $D(0; 6)$. Докажите, что множества точек отрезков AB и CD равномощны.

Самостоятельная работа № 5**Рациональные дроби**

- При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

$$1) \frac{5+x}{3+x}; \quad 2) \frac{4}{|x|-1}; \quad 3) \frac{4}{x-1} + \frac{7x}{x-4}; \quad 4) \frac{1}{1+\frac{1}{x}}?$$

- Запишите рациональную дробь, содержащую переменную x , допустимыми значениями которой являются все числа, кроме -10 , -8 и 1 .
- Докажите, что при всех допустимых значениях переменной a значение дроби:

$$1) \frac{a^2 + 6a + 10}{a^2 - 10a + 25} \text{ положительное;}$$

$$2) \frac{4a - 4 - a^2}{a^4 + 1} \text{ неположительное.}$$

4. Известно, что $3x + 9y = 2$. Найдите значение выражения:

1) $\frac{5}{2x + 6y}$; 2) $\frac{4}{9y^2 + 6xy + x^2}$.

Самостоятельная работа № 6

Основное свойство рациональной дроби

1. Сократите дробь:

1) $\frac{6x^2 - 3x}{4 - 8x}$;

4) $\frac{a^3 - 27}{8a - 24}$;

2) $\frac{m^2 - 16}{m^2 + 8m + 16}$;

5) $\frac{ax - ay - 3x + 3y}{a^2 - 9}$;

3) $\frac{b^5 - b^3}{b^2 - b^4}$;

6) $\frac{(5x - 10y)^2}{2y - x}$.

2. Запишите в виде дробей с одинаковыми знаменателями дроби:

1) $\frac{5}{6xy^2}$ и $\frac{1}{3x^3}$;

2) $\frac{4y}{x + 3y}$ и $\frac{3x}{2x - y}$;

3) $\frac{2x}{2x - y}$, $\frac{1}{4x^2 - y^2}$ и $\frac{3}{4x^2 - 4xy + y^2}$.

3. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}$.

4. Решите уравнение $\frac{x^2 - 9}{x - 3} = 6$.

Самостоятельная работа № 7

Сложение и вычитание рациональных дробей с одинаковыми знаменателями

1. Представьте в виде дроби выражение:

1) $\frac{2a + 5b}{ab} - \frac{2a - 3b}{ab}$;

3) $\frac{y^2 + 8y}{4 - y^2} - \frac{4y - 4}{4 - y^2}$.

2) $\frac{5y}{y^2 - 9} - \frac{15}{y^2 - 9}$;

2. Упростите выражение:

$$1) \frac{5}{2-x} - \frac{x^3-3}{x-2}; \quad 2) \frac{16-7x}{(x-4)^2} - \frac{x-x^2}{(4-x)^2}.$$

3. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной значение выражения $\frac{2x+4}{(x-5)^3} + \frac{x-1}{(5-x)^3} - \frac{15}{(x-5)^3}$ принимает положительные значения.

4. Найдите все натуральные значения n , при которых является целым числом значение выражения:

$$1) \frac{6n+2}{2n-3}; \quad 2) \frac{3n^2+2n-14}{n-2}.$$

Самостоятельная работа № 8

Сложение и вычитание рациональных дробей с разными знаменателями

1. Представьте в виде дроби выражение:

$$1) \frac{4}{12xy} - \frac{11}{18xy}; \quad 3) 5 - \frac{4m+5n}{n};$$

$$2) \frac{3a-4b}{a} + \frac{8a^2+4b^2}{ab}; \quad 4) \frac{a^2+b^2}{2a-b} + 2a+b.$$

2. Выполните действия:

$$1) \frac{8x}{4x-4} + \frac{5x}{7-7x};$$

$$2) \frac{2b}{2b+c} - \frac{4b^2}{4b^2+4bc+c^2};$$

$$3) \frac{2}{a^2-9} - \frac{1}{a^2+3a}.$$

3. Упростите выражение $\frac{a+3}{a^2+3a+9} - \frac{1}{a-3} + \frac{a^3+8a-9}{a^3-27}$.

4. Докажите тождество:

$$\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} =$$

$$= \frac{4}{x(x+8)}.$$

Самостоятельная работа № 9**Умножение и деление рациональных дробей.
Возведение рациональной дроби в степень**

1. Выполните умножение:

1) $\frac{a^2b}{15c} \cdot \left(-\frac{3c}{a^2b^2}\right)$; 3) $\frac{a^{2n}b^{n+4}}{c^{n+3}} \cdot \frac{c^{2n+3}}{a^{2n}b^{n+1}}$.

2) $18y^3 \cdot \frac{4x^2}{9y^5}$;

2. Выполните возведение в степень:

1) $\left(-\frac{3a}{2b^2}\right)^4$; 2) $\left(-\frac{5a^3b^4}{3c^5d^7}\right)^3$.

3. Выполните деление:

1) $\frac{18m^3n^4}{25p^6q^{10}} : \left(-\frac{4m^2n^9}{75p^5q^{12}}\right)$; 2) $\frac{48x^4y^3}{49z^9} : (16x^7y^8)$.

4. Упростите выражение:

1) $\frac{5y^2 - 20y + 20}{y^3 - 1} \cdot \frac{3y^2 + 3y + 3}{10y - 20}$;

2) $\frac{a^2 - 4b^2}{9a^2 - b^2} : \frac{a^2 + 4ab + 4b^2}{9a^2 - 6ab + b^2}$;

3) $\frac{(a^n + 3b^n)^2 - 12a^n b^n}{a + b} : \frac{a^{2n} - 9b^{2n}}{a^2 - b^2}$.

5. Известно, что $2x + \frac{1}{x} = 7$. Найдите значение выражения $4x^2 + \frac{1}{x^2}$.**Самостоятельная работа № 10****Тождественные преобразования рациональных выражений**

1. Упростите выражение:

1) $\left(\frac{a-2}{a+2} - \frac{a+2}{a-2}\right) : \frac{12a^2}{4-a^2}$;

2) $\frac{5a}{a+3} + \frac{a-6}{3a+9} \cdot \frac{135}{6a-a^2}$;

3) $\frac{m - \frac{14m - 49}{m}}{7 - 1} \cdot m$.

2. Докажите тождество:

$$\left(\frac{1}{(a-2)^2} + \frac{2}{a^2-4} + \frac{1}{(a+2)^2} \right) : \frac{2a}{(a^2-4)^2} = 2a.$$

3. Докажите, что при всех допустимых значениях a значение выражения

$$\left(\frac{1}{a+3} - \frac{27}{a^3+27} + \frac{9}{a^2-3a+9} \right) \cdot \left(a - \frac{6a-9}{a+3} \right)$$

не зависит от значения a .

Самостоятельная работа № 11

Равносильные уравнения. Уравнение-следствие.

Рациональные уравнения

1. Равносильны ли уравнения:

1) $x^2 = -1$ и $|x| = -2$;

2) $x + 3 = 3 + x$ и $\frac{x+3}{x+3} = 1$;

3) $\frac{x^2-4}{x-2} = 0$ и $x^2 - 4 = 0$;

4) $\frac{(x+2)^2}{x-1} = 0$ и $x+2 = 0$?

2. Какое из уравнений является следствием другого:

1) $(x-1)(x+2) = 0$ и $x+2 = 0$;

2) $\frac{x^2}{x+9} = \frac{81}{x+9}$ и $x^2 - 81 = 0$?

3. Решите уравнение:

1) $\frac{3x-5}{x-1} - \frac{2x-5}{x-2} = 1$;

2) $\frac{x^2+9}{x^2-1} = \frac{x-2}{x+1} - \frac{5}{1-x}$;

3) $\frac{1}{x^2-6x} + \frac{1}{x^2+6x} = \frac{2x}{x^2-36}$.

Самостоятельная работа № 12**Рациональные уравнения с параметрами**

1. Для каждого значения параметра a решите уравнение:

$$1) \frac{x-a}{x-2} = 0; \quad 2) \frac{(x-5)(x+6)}{x-a} = 0; \quad 3) \frac{x-2a}{x+4} = a+1.$$

2. При каких значениях параметра a уравнения $(a-1)(x+2) = 0$ и $a^2 + x = a - 2$ равносильны?

Самостоятельная работа № 13**Степень с целым отрицательным показателем**

1. Найдите значение выражения:

$$1) 10^{-1} + 5^{-2}; \quad 2) \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + (-1,7)^0 - 2^{-3}; \quad 3) \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot 2^{-3}.$$

2. Преобразуйте выражение так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными и нулевыми показателями:

$$1) \frac{3^{-1}a^3b^{-5}c^{-7}}{2,6^0x^{-8}y^0z^{-30}}; \quad 2) (x+2y)^{-1} : (2x^{-1} + y^{-1})^{-2}.$$

3. Запишите число в стандартном виде и укажите порядок числа:

$$1) 12; \quad 2) 0,0034; \quad 3) 320 \cdot 10^3; \quad 4) 45 \cdot 10^{-4}.$$

4. Сравните:

$$1) 4,7 \cdot 10^{-6} \text{ и } 5,9 \cdot 10^{-7}; \quad 3) 31,6 \cdot 10^{-8} \text{ и } 0,061 \cdot 10^{-6}.$$

$$2) 1,23 \cdot 10^6 \text{ и } 0,12 \cdot 10^7;$$

5. Порядок некоторого натурального числа равен 5. Сколько цифр содержит десятичная запись этого числа?

Самостоятельная работа № 14**Свойства степени с целым показателем**

1. Представьте выражение в виде степени с основанием a или произведением степеней с разными основаниями:

$$1) a^{-8} \cdot a^{12}; \quad 3) (a^5b^{-3}c^4)^{-10};$$

$$2) a^{-4} : a^{-12}; \quad 4) \left(\frac{a^7}{b^{-3}}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{a^{-3}}{b^9}\right)^{-12}.$$

2. Найдите значение выражения:

$$1) (13^{-9})^4 \cdot (13^{-2})^{-18}; \quad 3) \frac{21^5 \cdot 3^{-7}}{63^{-2} \cdot 7^8}.$$

$$2) \frac{(-36)^{-3} \cdot 6^4}{216^{-4} \cdot (-6)^9};$$

3. Выполните действия и приведите полученное выражение к виду, не содержащему степени с отрицательным показателем:

$$1) 5a^{-6} \cdot (-3a^{-2}b^3)^{-2};$$

$$2) \frac{17x^{-8}}{14y^{-12}} \cdot \frac{28y}{51x^{-21}};$$

$$3) \left(\frac{8p^{-4}}{q^{-1}} \right)^{-2} \cdot (16p^{-6}q^3)^3.$$

4. Постройте график функции $y = (x-1) \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^{-1}$.

5. Упростите выражение:

$$1) (a^{-3} + 2)(a^{-3} - 2) - (a^{-3} + 3)^2;$$

$$2) \frac{x^{-2} - 5y^{-4}}{4x^{-1}y^{-2} + 4y^{-4}} + \frac{y^{-2}}{x^{-1} + y^{-2}}.$$

Самостоятельная работа № 15

Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график

1. Дана функция $y = -\frac{48}{x}$. Найдите:

- 1) значение функции, если значение аргумента равно -3 ;
- 2) значение аргумента, при котором значение функции равно 12 .

2. Найдите значение k , при котором график функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку $A(-5; 8)$.

3. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \frac{6}{x}$ и $y = x + 5$ и запишите координаты точек их пересечения.

4. Постройте график функции:

$$1) y = \frac{7}{|x|};$$

$$2) y = \begin{cases} -\frac{8}{x}, & \text{если } x \leq -1, \\ 7 \cdot x, & \text{если } x > -1; \end{cases}$$

$$3) y = \frac{9x - 27}{x^2 - 3x}.$$

5. Постройте график уравнения:

$$1) (xy - 2)(x - 1) = 0; \quad 2) \frac{xy - 2}{x - 1} = 0.$$

Самостоятельная работа № 16

Делимость нацело и её свойства

1. Числа a и b таковы, что $a : 3$, $b : 7$. Докажите, что $(7a + 3b) : 21$.
2. Числа m и n таковы, что значение каждого из выражений $m + 7$ и $n - 29$ кратно 11. Докажите, что значение выражения $m + n$ кратно 11.
3. Решите в целых числах уравнение $x^2 - x + 5xy - 5y = 7$.
4. Докажите, что при любых нечётных натуральных значениях n значение выражения $1^n + 2^n + \dots + 12^n$ кратно 13.

Самостоятельная работа № 17

Деление с остатком. Сравнения по модулю и их свойства

1. Найдите неполное частное и остаток при делении числа m на число n :
1) $m = 4$, $n = 23$; 2) $m = -61$, $n = 32$.
2. Число x при делении на 3 даёт в остатке 1, а при делении на 4 даёт в остатке 3. Найдите остаток при делении числа x на 12.
3. Известно, что $m \equiv -3 \pmod{6}$, $n \equiv -4 \pmod{6}$. Найдите остаток при делении на 6 числа: 1) $3m - 4n$; 2) mn ; 3) m^2 .
4. Решите в целых числах уравнение $x^2 - 15y = 2$.

- Докажите, что при любом натуральном значении n значение выражения $16^n + 5 \cdot 9^n - 3 \cdot 2^{n+1}$ кратно 7.
- Найдите остаток при делении числа 4^{67} на число 7.

Самостоятельная работа № 18

**Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух натуральных чисел.
Взаимно простые числа**

- Используя алгоритм Евклида, найдите НОД (2431; 1729).
- Докажите, что для любого $n \in \mathbb{N}$:
1) НОД (n ; $3n + 1$) = 1; 2) НОД ($3n$; $6n + 3$) = 3.
- Натуральные числа a и b таковы, что НОК (a ; b) = 25. Найдите a и b .
- Какие значения может принимать НОД (a ; b), если $a = 2n + 18$, $b = 2n + 21$, $n \in \mathbb{N}$?

Самостоятельная работа № 19

Признаки делимости

- Делится ли нацело число 97 548 на число: 1) 4; 2) 9; 3) 11?
- Вместо звёздочек подставьте такие цифры, чтобы число *83* делилось нацело на 88.
- Может ли натуральное число, запись которого состоит из цифр 1, 2, 4, 5 (каждая из цифр используется один раз), быть квадратом натурального числа?
- Решите уравнение $n = S(n) + 128$.

Самостоятельная работа № 20

Простые и составные числа

- Найдите все натуральные значения n , при которых числа n и $n + 11$ являются простыми.
- Найдите все натуральные значения n , при которых значение выражения $n^2 + 2n - 35$ является простым числом.
- Укажите все нечётные значения n , при которых значение выражения $6^n + 1$ является составным числом.

4. Натуральное число n таково, что числа $n - 2$ и $n + 14$ делятся нацело на простое число p . Найдите число p .

Самостоятельная работа № 21

Числовые неравенства и их свойства

- Сравните числа a и b , если:
 - $a = 0,6 + b$; 2) $b = a - 8$.
- Известно, что $a > b$. Сравните:
 - $b - 10$ и $a - 10$;
 - $-100b$ и $-100a$;
 - $\frac{a}{13}$ и $\frac{b}{13}$.
- Известно, что $a < b$. Сравните:
 - $a - 3$ и b ; 3) $-a + 1$ и $-b + 1$;
 - a и $b + 4$; 4) $a + 5$ и $b - 1$.
- Сравните числа a и 0 , если:
 - $6a > 5a$; 3) $-7a > -9a$;
 - $\frac{a}{8} < \frac{a}{9}$; 4) $-\frac{a}{100} > -\frac{a}{10}$.
- Дано: $a > 0$ и $b < 0$. Сравните:
 - $a - b$ и 0 ; 3) $4a - 5b$ и b ;
 - $b - a$ и a ; 4) $\frac{1}{3b - 2a}$ и a .
- Известно, что $3 < a < 5$. Докажите, что:
 - $-2 < 8 - 2a < 2$;
 - $\frac{1}{8} < \frac{1}{8a - 7} < \frac{1}{2}$.

Самостоятельная работа № 22

Сложение и умножение числовых неравенств. Оценивание значения выражения

- Верно ли утверждение:
 - если $a > 3$ и $b > 10$, то $a - b > -7$;
 - если $a > 3$ и $b > 10$, то $ab > 28$;
 - если $a > 3$ и $b > 10$, то $2a + 4b > 46$;

- 4) если $a < 3$ и $b < 10$, то $ab < 30$;
 5) если $a > 3$, то $a^2 > 9$;
 6) если $a < 3$, то $\frac{1}{a} > \frac{1}{3}$?
2. Дано: $-4 < a < 3$. Оцените значение выражения:
 1) $a - 7$; 2) $-2a$; 3) $2a - 6$; 4) $5 - 3a$.
3. Дано: $4 < a < 7$ и $3 < b < 5$. Оцените значение выражения:
 1) ab ; 2) $2a - 5b$; 3) $\frac{4b}{9a}$.
4. Оцените значение x , если:
 1) $3x + |y| = 12$; 2) $2|x| + y^2 = 8$.

Самостоятельная работа № 23

Неравенства с одной переменной.

Числовые промежутки

1. Решите неравенство:
 1) $5 - 2(x - 1) > 4 - x$;
 2) $\frac{x + 14}{6} - \frac{x - 12}{8} \leq 3$;
 3) $6x + (x - 2)(x + 2) > (x + 3)^2$.
2. Равносильны ли неравенства:
 1) $(x - 5)(x^2 + 4) < 0$ и $x - 5 < 0$;
 2) $|x + 4| > 0$ и $(x + 4)^2 > 0$;
 3) $(x - 3)x \leq x$ и $x + 3 \leq 1$?
3. Найдите множество решений неравенства:
 1) $\frac{x + 1}{x + 1} > \frac{1}{2}$;
 2) $\frac{1}{|x - 1|} > -3$;
 3) $|x^2 - 9| \leq 0$.
4. При каких значениях параметра a неравенство $3x + a > 6$ является следствием неравенства $2a - x < 1$?
5. Для каждого значения параметра a решите неравенство:
 1) $(a - 3)^2 x \geq 0$;
 2) $(a + 1)x > a^2 - 1$.

Самостоятельная работа № 24

Системы и совокупности линейных неравенств с одной переменной

1. Решите систему неравенств:

$$1) \begin{cases} 6x - 7 \geq 4x - 3, \\ 3x + 16 \geq 8x - 4; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} \frac{5x - 4}{6} - 1 > \frac{2x + 1}{3}, \\ \frac{3x + 1}{4} - 2x > 2,5 - \frac{3x - 2}{8}; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 0,3(x - 6) \leq 0,5x + 1, \\ 4x + 7 > 2(x + 6,5); \end{cases}$$

2. Решите совокупность неравенств:

$$1) \begin{cases} 2 \leq x \leq 6, \\ x < 2; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x \leq 6, \\ x > 2. \end{cases}$$

3. Сколько целых решений имеет неравенство $-3 \leq 6x - 4 \leq 2$?

4. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 2 < x < 8, \\ x < 0, \\ x \leq 4. \end{cases}$$

5. Решите неравенство:

$$1) (x - 1)^2(x - 4) \geq 0; \quad 2) |x + 1|(x - 4) < 0.$$

6. При каких значениях параметра a множество решений системы неравенств
$$\begin{cases} 2x - 1 > 0, \\ 3x - a \leq 1 \end{cases}$$
 содержит три целых числа?

Самостоятельная работа № 25

Уравнения и неравенства, содержащие знак модуля

1. Решите уравнение:

$$1) |x + 4| = 3; \quad 3) |x + 4| = 2x - 10.$$

$$2) |3x + 2| = |2x - 1|;$$

2. Решите неравенство:

$$1) |3x - 7| < 2; \quad 2) |4x + 3| > 2x - 1.$$

3. Постройте график функции $y = |x - 4| + |x + 2|$.

4. Решите уравнение
$$\frac{|x - 3|}{|x - 2| - 1} = 1.$$

5. Определите количество корней уравнения $|2x - 3| = x + a$ в зависимости от значения параметра a .

Самостоятельная работа № 26

Функция $y = x^2$ и её график

1. Решите графически уравнение:

1) $x^2 = 5x - 6$; 2) $x^2 - x + 2 = 0$.

2. Определите графически количество решений системы

уравнений $\begin{cases} y = x^2, \\ y - 2x - 5 = 0. \end{cases}$

3. Постройте график функции:

1) $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \leq 1, \\ 2 - x, & \text{если } x > 1; \end{cases}$ 2) $y = \frac{x^3 - 3x^2}{x - 3}$.

4. Постройте график уравнения:

1) $(y - x^2)(y - 1) = 0$; 2) $(y - x^2)^2 + (y - 1)^2 = 0$.

Самостоятельная работа № 27

Квадратные корни. Арифметический квадратный корень

1. Найдите значение выражения:

1) $5\sqrt{0,64} - \sqrt{5^2 + 12^2}$;
2) $18 \cdot \left(-\frac{1}{3}\sqrt{5}\right)^2 - \frac{1}{6} \cdot (4\sqrt{3})^2$.

2. Решите уравнение:

1) $\frac{1}{3}\sqrt{x} + 4 = 0$; 3) $\frac{10}{\sqrt{x-4}} = 5$;
2) $\sqrt{6x} - 3 = 0$; 4) $(x - 4)^2 = 6$.

3. Найдите область определения функции:

1) $y = \sqrt{x+3} + \sqrt{5-x}$; 2) $y = \sqrt{|x|-3} + \frac{1}{\sqrt{x-2}}$.

4. Постройте график функции $y = (\sqrt{x+4})^2 - 4$.

5. Решите неравенство:

1) $\sqrt{x}(x - 5) < 0$; 2) $\sqrt{x}(x - 5) \geq 0$.

6. При каких значениях параметра a уравнение $(x-4)(\sqrt{x}-a) = 0$ имеет два корня?

Самостоятельная работа № 28

Множество действительных чисел

1. Верно ли утверждение:

1) $-5,4 \in \mathbf{N}$; 3) $\sqrt{3} \in \mathbf{R}$;
 2) $\sqrt{3} \in \mathbf{Q}$; 4) $\sqrt{25} \in \mathbf{Z}$?

2. Сравните числа:

1) $\frac{5}{9}$ и 0,55; 3) $-2,(35)$ и $-2,35$;
 2) 5,(16) и 5,16; 4) 6,23... и 6,24... .

3. Найдите все рациональные числа m и n такие, что $(\sqrt{5}-1)^2 = m + n\sqrt{5}$.

4. Докажите, что число $\sqrt{7}$ является иррациональным.

Самостоятельная работа № 29

Свойства арифметического квадратного корня

1. Найдите значение выражения:

1) $\sqrt{(-1,37)^2}$; 3) $\sqrt{3^8 \cdot 10^4}$; 5) $\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{3}}$;
 2) $\sqrt{1\frac{9}{16} \cdot \frac{49}{169}}$; 4) $\sqrt{45} \cdot \sqrt{5}$; 6) $\sqrt{2,5 \cdot 16,9}$.

2. Упростите выражение:

1) $\sqrt{0,64x^6y^{10}}$, если $x \geq 0$, $y \leq 0$;
 2) $\frac{x^2 - 8x + 16}{x+1} \sqrt{\frac{x^2 + 2x + 1}{(x-4)^2}}$, если $-1 < x < 4$.

3. При каких значениях x верно равенство:

1) $\sqrt{(x-3)^2} = (\sqrt{3-x})^2$;
 2) $\sqrt{(x-4)(x-1)} = \sqrt{x-4}\sqrt{x-1}$?

4. Постройте график функции $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$, если $x \leq 0$.

5. Упростите выражение $\sqrt{a^2 - 17a + 66} + \sqrt{a^2 - 4a + 4}$, если $a > 2$.

Самостоятельная работа № 30

Тождественные преобразования выражений, содержащих арифметические квадратные корни

1. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $-2,4\sqrt{75}$; 2) $-100\sqrt{0,08}$; 3) $\frac{2}{3}\sqrt{6\frac{3}{4}}$.

2. Внесите множитель под знак корня:

1) $2\sqrt{5}$; 2) $-8\sqrt{2}$.

3. Упростите выражение $\sqrt{16a} + \sqrt{100a} - \sqrt{81a}$.

4. Упростите выражение:

1) $(12 - \sqrt{7})(3 + 2\sqrt{7})$; 3) $(7 - \sqrt{3})^2 + (4 + \sqrt{3})^2$;

2) $(3\sqrt{a} + 7\sqrt{b})(3\sqrt{a} - 7\sqrt{b})$; 4) $(\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 + 4\sqrt{3}})^2$.

5. Сократите дробь:

1) $\frac{x^2 - 11}{x + \sqrt{11}}$; 2) $\frac{a + 3\sqrt{a}}{a - 9}$; 3) $\frac{m - 12\sqrt{m} + 36}{m - 36}$.

6. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

1) $\frac{30}{7\sqrt{5}}$; 2) $\frac{35}{\sqrt{37} + \sqrt{2}}$.

Самостоятельная работа № 31

Тождественные преобразования выражений, содержащих арифметические квадратные корни

1. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt{7b^2}$, если $b \leq 0$; 3) $\sqrt{x^4y^{11}}$, если $x \neq 0$;

2) $\sqrt{-a^7}$; 4) $\sqrt{500a^7b^{14}}$, если $b < 0$.

2. Внесите множитель под знак корня:

1) $a\sqrt{11}$; 2) $a^5\sqrt{-a}$; 3) $(a - 3)\sqrt{\frac{1}{9 - 3a}}$.

3. Упростите выражение:

$$1) \frac{a+b}{\sqrt{ab}-b} - \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}; \quad 2) \left(\frac{\sqrt{a}-5}{\sqrt{a}+5} + \frac{20\sqrt{a}}{a-25} \right); \frac{\sqrt{a}+5}{a-5\sqrt{a}}.$$

4. Известно, что $\sqrt{8+a} + \sqrt{3-a} = 4$. Найдите значение выражения $\sqrt{(8+a)(3-a)}$.

5. Упростите выражение:

$$1) \sqrt{27+10\sqrt{2}}; \quad 2) \sqrt{a+10\sqrt{a-25}}.$$

Самостоятельная работа № 32

Функция $y = \sqrt{x}$ и её график

1. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x - 2$ и определите координаты точки их пересечения.
2. Решите неравенство:
 - 1) $\sqrt{2x-1} < 3$;
 - 2) $\sqrt{x-1} > \sqrt{2x-3}$.
3. Постройте график уравнения $(y - \sqrt{x})(y - 1) = 0$.
4. Решите уравнение $\sqrt{x+7+4\sqrt{x+3}} + \sqrt{x+12-6\sqrt{x+3}} = 5$.

Самостоятельная работа № 33

Квадратные уравнения. Решение неполных квадратных уравнений

1. Решите уравнение:
 - 1) $x^2 + 12x = 0$;
 - 2) $6x^2 - 18 = 0$;
 - 3) $x^2 + 25 = 0$.
2. При каком значении параметра a число 3 является корнем уравнения $x^2 + ax - 51 = 0$?
3. Решите уравнение:
 - 1) $(2x - 7)^2 - 7(7 + 2x) = 0$;
 - 2) $x^2 - 8|x| = 0$;
 - 3) $x^2 - 4|x| + 5x = 0$.
4. При каких значениях параметра a корни уравнения $x^2 + (a^2 - 4)x + 2a - 1 = 0$ являются противоположными числами?

Самостоятельная работа № 34**Формула корней квадратного уравнения**

1. Решите уравнение:

1) $x^2 + 5x - 14 = 0$; 3) $x^2 - 8x + 18 = 0$.

2) $3x^2 - 4x - 5 = 0$;

2. Найдите три последовательных натуральных числа, если удвоенный квадрат первого из них на 26 больше произведения второго и третьего чисел.

3. Решите уравнение:

1) $|x^2 - x - 1| = 1$;

2) $x|x| + 8x - 7 = 0$;

3) $x^2 - 6x + \frac{7}{x-5} = \frac{7}{x-5} - 5$;

4) $(\sqrt{x} - 3)(18x^2 - 9x - 5) = 0$.

4. При каких значениях параметра b имеет единственный корень уравнение:

1) $2x^2 + bx + 8 = 0$;

2) $(b+5)x^2 + (2b+10)x + 4 = 0$.

Самостоятельная работа № 35**Теорема Виета**

1. Не решая уравнение, найдите сумму и произведение его корней:

1) $x^2 + 17x - 38 = 0$;

2) $3x^2 - 8x - 14 = 0$.

2. Составьте квадратное уравнение с целыми коэффициентами, корни которого равны:

1) $\frac{2}{3}$ и 5;

2) $3 - \sqrt{31}$ и $3 + \sqrt{31}$.

3. Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 9x + 11 = 0$. Не решая уравнение, найдите значение выражения:

1) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$;

2) $x_1^2 + x_2^2$.

4. Составьте квадратное уравнение, корни которого на 1 больше соответствующих корней уравнения $x^2 + 5x - 7 = 0$.

5. При каких значениях параметра a произведение корней уравнения $x^2 + (a+3)x + a^2 - 2a = 0$ равно 3?

Самостоятельная работа № 36**Квадратный трёхчлен**

- Разложите на множители квадратный трёхчлен:
 - $-b^2 + 2b + 24$;
 - $6x^2 - x - 2$.
- Сократите дробь:
 - $\frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$;
 - $\frac{36a^2 - 12a + 1}{6a^2 + 11a - 2}$.
- Упростите выражение $\frac{3y^2 - 12}{2y^3 - 15y + 18} \cdot \frac{6 - y}{y + 2} + \frac{y}{3 - 2y}$.
- Решите неравенство:
 - $3x^2 - 8x + 11 < 0$;
 - $(\sqrt{x} - 1)(x^2 - 5x + 16) \geq 0$.
- При каком значении параметра a разложение на линейные множители трёхчлена $-4x^2 + ax + 9$ содержит множитель $x + 3$?
- Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых $(x; y)$ удовлетворяют равенству $10x^2 - 7xy + y^2 = 0$.

Самостоятельная работа № 37**Решение уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям**

- Решите уравнение:
 - $\frac{2x^2 - 3x}{x^2 - 4} = \frac{2x - 2}{x^2 - 4}$;
 - $\frac{5x + 3}{x + 5} = \frac{3x + 1}{x + 2}$;
 - $\frac{x + 5}{x - 2} - \frac{5}{x - 5} = \frac{x - 20}{(x - 5)(x - 2)}$.
- Для каждого значения параметра a решите уравнение $\frac{x^2 - 5x + 6}{x - a} = 0$.
- При каких значениях параметра a уравнение $\frac{x^2 - (a + 3)x + 2a + 2}{\sqrt{x} - 1} = 0$ имеет единственное решение?

Самостоятельная работа № 38**Решение уравнений методом замены переменной**

1. Решите уравнение:

1) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$;

2) $(x + 5)^4 - 10(x + 5)^2 + 9 = 0$.

2. Решите уравнение $(x^2 + 4x - 4)^2 - 9x^2 - 36x + 44 = 0$.

3. Решите уравнение $\frac{1}{(x + 2)(x - 5)} + \frac{2}{x(x - 3)} = \frac{1}{3}$.

4. Решите уравнение $2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 14$.

Самостоятельная работа № 39**Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций**

1. Поезд должен был проехать 360 км. Проехав $\frac{7}{12}$ этого расстояния, поезд увеличил свою скорость на 5 км/ч. Найдите скорость поезда на каждом участке движения, если на весь путь было затрачено 5 ч.
2. Двое рабочих, работая вместе, выполнили производственное задание за 12 ч. За сколько часов может выполнить это задание каждый рабочий самостоятельно, если один из них может это сделать на 7 ч быстрее другого?
3. Водный раствор соли содержал 60 г воды. После того как в раствор добавили 20 г воды, концентрация соли уменьшилась на 5%. Сколько граммов соли содержит раствор?

Самостоятельная работа № 40**Деление многочленов**

1. Докажите, что многочлен $x^3 - x^2 - 3x + 2$ делится нацело на многочлен $x^2 + x - 1$.
2. Докажите, что многочлен $x^3 + 2x - 5$ не делится нацело на многочлен $x + 1$.

3. Выделите целую часть из рациональной дроби
- $$\frac{3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + x - 5}{x^2 - x + 4}.$$

Самостоятельная работа № 41

Корни многочлена. Теорема Безу.

Целое рациональное уравнение

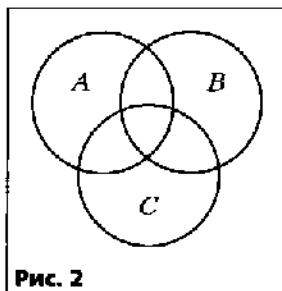
1. Найдите остаток от деления многочлена $x^3 + x^2 - 5x - 4$ на двучлен $x - 3$.
2. Докажите, что многочлен, тождественно равный выражению $(x - 3)^{2n} + (x - 2)^n - 1$, где $n \in \mathbb{N}$, делится нацело на многочлен $x^2 - 5x + 6$.
3. При каких значениях параметра a многочлен $x^3 - 3x^2 + ax - 6$ при делении на двучлен $x - 2$ даёт в остатке 4?
4. Решите уравнение $2x^4 - 5x^3 - 5x^2 + 5x + 3 = 0$.

Самостоятельная работа № 1**Множество. Подмножества данного множества**

1. Дана функция $f(x) = 4 + |x|$. Какие из следующих утверждений являются верными:
1) $2 \in D(f)$; 3) $2 \in E(f)$;
2) $3 \in D(f)$; 4) $3 \in E(f)$?
2. Запишите все собственные подмножества множества натуральных делителей числа 10.
3. Изобразите с помощью диаграммы Эйлера соотношение между множествами A , B и C , если: $A = \{3, 4, 6, 7\}$, $B = \{4, 6\}$, $C = \{3, 7\}$.

Самостоятельная работа № 2**Операции над множествами**

1. Пусть A и B — множества цифр, используемых соответственно для записи чисел 5772 и 375. Найдите:
1) $A \cap B$; 2) $A \cup B$; 3) $A \setminus B$.
2. Даны множества $A = \{x \mid x \in \mathbf{Z}, -1 < x \leq 5\}$ и $B = \{x \mid x \in \mathbf{Z}, x \geq 1\}$. Задайте перечислением элементов множество:
1) $A \cap B$; 2) $A \setminus B$.
3. На диаграмме Эйлера (рис. 2) изображены множества A , B и C . Заштрихуйте множество:
1) $(A \cap B) \cup C$; 2) $(A \cap C) \setminus B$.

**Рис. 2****Самостоятельная работа № 3****Формулы включения-исключения.
Взаимно однозначное соответствие**

1. Докажите, что количество четырёхзначных чисел равно количеству шестизначных чисел, в записи которых третья

и шестая цифры (считая слева направо) соответственно равны 1 и 8.

2. Из 37 студентов университета английский язык изучают 25 человек, а немецкий язык — 20 человек. Сколько студентов изучают и английский, и немецкий языки?

Самостоятельная работа № 4

Равномощные множества. Счётные множества

1. Докажите, что множество чисел вида 5^{4n-1} ($n \in \mathbf{N}$) счётно.
 2. На координатной плоскости отметили точки $A(2; 0)$, $B(5; 0)$, $C(0; 1)$, $D(0; 8)$. Докажите, что множества точек отрезков AC и BD равномощны.

Самостоятельная работа № 5

Рациональные дроби

1. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

1) $\frac{x-5}{x+5}$; 2) $\frac{5}{|x|-2}$; 3) $\frac{7}{b+2} - \frac{5b}{b-5}$; 4) $\frac{3}{3-\frac{3}{x}}$?

2. Запишите рациональную дробь, содержащую переменную x , допустимыми значениями которой являются все числа, кроме -1 , 0 и 1 .
 3. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной b значение дроби:

1) $\frac{14b - b^2 - 50}{b^2 + 2b + 1}$ отрицательное;

2) $\frac{b^2 - 16b + 64}{b^6 + 1}$ неотрицательное.

4. Известно, что $2x - 4y = 5$. Найдите значение выражения:

1) $\frac{4}{3x - 6y}$;

2) $\frac{10}{4y^2 - 4xy + x^2}$.

Самостоятельная работа № 6

Основное свойство рациональной дроби

1. Сократите дробь:

1) $\frac{10x^2 - 2x}{3 - 15x}$;

4) $\frac{m^3 + 125}{4m + 20}$;

2) $\frac{a^2 - 64}{a^2 + 16a + 64}$;

5) $\frac{bx + by + 2x + 2y}{4 - b^2}$;

3) $\frac{m^6 - m^4}{m - m^3}$;

6) $\frac{(3a - 9b)^2}{3b - a}$.

2. Запишите в виде дробей с одинаковыми знаменателями дроби:

1) $\frac{4}{5a^2b}$ и $\frac{2}{15a^4}$;

2) $\frac{5b}{2a - 3b}$ и $\frac{4a^2}{a + 4b}$;

3) $\frac{3b}{a + 2b}$, $\frac{2}{a^2 - 4b^2}$ и $\frac{1}{a^2 + 4ab + 4b^2}$.

3. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3}$.

4. Решите уравнение $\frac{x^2 - 36}{x + 6} = -12$.

Самостоятельная работа № 7

Сложение и вычитание рациональных дробей с одинаковыми знаменателями

1. Представьте в виде дроби выражение:

1) $\frac{4c - 3d}{cd} - \frac{c - 3d}{cd}$;

2) $\frac{6x}{x^2 - 16} + \frac{24}{x^2 - 16}$;

3) $\frac{m^2 + 10m}{9 - m^2} - \frac{4m - 9}{9 - m^2}$.

2. Упростите выражение:

$$1) \frac{23}{x-3} - \frac{x^3-4}{3-x}; \quad 2) \frac{25-3x}{(x-5)^2} - \frac{7x-x^2}{(5-x)^2}.$$

3. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной значение выражения $\frac{5x-2}{(x-3)^3} + \frac{x+4}{(3-x)^3} - \frac{6}{(x-3)^3}$ принимает положительные значения.

4. Найдите все натуральные значения n , при которых является целым числом значение выражения:

$$1) \frac{12n+4}{4n-3}; \quad 2) \frac{2n^2-3n-12}{n-3}.$$

Самостоятельная работа № 8**Сложение и вычитание рациональных дробей с разными знаменателями**

1. Представьте в виде дроби выражение:

$$1) \frac{7}{9ab} - \frac{13}{12ab}; \quad 3) 6 - \frac{3a+6c}{c};$$

$$2) \frac{2n-5m}{n} + \frac{6n^2+5m^2}{mn}; \quad 4) \frac{n^2-m^2}{m+3n} + m - 3n.$$

2. Выполните действия:

$$1) \frac{4b}{3b-21} + \frac{3b}{14-2b};$$

$$2) \frac{3p}{3p+2q} - \frac{9p^2}{9p^2+12pq+4q^2};$$

$$3) \frac{4}{c^2-36} - \frac{2}{c^2-6c}.$$

3. Упростите выражение $\frac{a+2}{a^2+2a+4} - \frac{1}{a-2} + \frac{a^3+2a}{a^3-8}$.

4. Докажите тождество:

$$\frac{1}{x(x-3)} + \frac{1}{(x-3)(x-6)} + \frac{1}{(x-6)(x-9)} + \frac{1}{(x-9)(x-12)} =$$

$$= \frac{4}{x(x-12)}.$$

Самостоятельная работа № 9

**Умножение и деление рациональных дробей.
Возведение рациональной дроби в степень**

1. Выполните умножение:

$$1) \frac{mn^3}{24p} \cdot \left(\frac{6p}{m^2n} \right); \quad 3) \frac{x^{4n+1}y^{n+10}}{z^{n+2}} \cdot \frac{z^{n+4}}{x^{3n+1}y^n}.$$

$$2) 20m^0 \cdot \frac{3x^3}{5m^9};$$

2. Выполните возведение в степень:

$$1) \left(-\frac{4m^2}{5n} \right)^2; \quad 2) \left(-\frac{7x^2b^3}{2y^4z^5} \right)^3.$$

3. Выполните деление:

$$1) \frac{16x^2y^8}{15m^4n^8} : \left(-\frac{8x^3y^5}{35m^6n^7} \right); \quad 2) \frac{72a^5b^4}{25y^8} : (24a^7b^9).$$

4. Упростите выражение:

$$1) \frac{4a^2 - 24a + 36}{a^3 + 1} \cdot \frac{7a^2 - 7a + 7}{8a - 24};$$

$$2) \frac{x^2 - 9y^2}{16x^2 - 9y^2} : \frac{x^2 + 6xy + 9y^2}{16x^2 - 24xy + 9y^2};$$

$$3) \frac{(x^n + 2y^n)^2 - 8x^ny^n}{x - y} : \frac{x^{2n} - 4y^{2n}}{x^2 - y^2}.$$

5. Известно, что $5x - \frac{1}{x} = 4$. Найдите значение выражения

$$25x^2 + \frac{1}{x^2}.$$

Самостоятельная работа № 10

Тождественные преобразования рациональных выражений

1. Упростите выражение:

$$1) \left(\frac{a+3}{a-3} + \frac{a-3}{a+3} \right) : \frac{3a^2+27}{9-a^2}; \quad 3) \frac{1 - \frac{6}{x}}{12x - 36} \cdot \frac{1}{x}.$$

$$2) \frac{3a}{a-4} - \frac{a+2}{5a-20} \cdot \frac{240}{a^2+2a};$$

2. Докажите тождество:

$$\frac{8m^3}{(m^2 - 64)^2} : \left(\frac{1}{(m+8)^2} + \frac{2}{m^2 - 64} + \frac{1}{(m-8)^2} \right) = 2m.$$

3. Докажите, что при всех допустимых значениях a значение выражения

$$\left(\frac{1}{a+1} - \frac{3}{a^2+1} + \frac{3}{a^2-a+1} \right) \cdot \left(a - \frac{2a-1}{a+1} \right)$$

не зависит от значения a .

Самостоятельная работа № 11

Равносильные уравнения. Уравнение-следствие. Рациональные уравнения

1. Равносильны ли уравнения:

1) $x^4 = -1$ и $\frac{5}{x} = 0$;

2) $x + 4 = 4 + x$ и $\frac{x^2 + 4}{x^2 + 4} = 1$;

3) $\frac{x^2 - 16}{x + 4} = 0$ и $x^2 - 16 = 0$;

4) $\frac{(x+5)^2}{x-2} = 0$ и $x+5 = 0$?

2. Какое из уравнений является следствием другого:

1) $(x+3)(x-2) = 0$ и $x+3 = 0$;

2) $\frac{x^2}{x+1} = \frac{1}{x+1}$ и $x^2 - 1 = 0$?

3. Решите уравнение:

1) $\frac{9x-7}{3x-2} - \frac{4x-5}{2x-3} = 1$;

2) $\frac{x^2+20}{x^2-4} = \frac{x-3}{x+2} - \frac{6}{2-x}$;

3) $\frac{5}{x^2-7x} - \frac{x-5}{x^2+7x} - \frac{9}{x^2-49} = 0$.

Самостоятельная работа № 12

Рациональные уравнения с параметрами

1. Для каждого значения параметра a решите уравнение:
 1) $\frac{x-1}{x+a} = 0$; 2) $\frac{(x-a)(x+8)}{x-7} = 0$; 3) $\frac{x-a}{x-1} = a+2$.
2. При каких значениях параметра a уравнения $(a+2)(x-1) = 0$ и $a^2 + x = 1 - 2a$ равносильны?

Самостоятельная работа № 13

Степень с целым отрицательным показателем

1. Найдите значение выражения:
 1) $5^{-3} + 10^{-2}$; 2) $\left(\frac{3}{8}\right)^{-1} + 3^{-2} - (-2,6)^0$; 3) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot 9^{-2}$.
2. Преобразуйте выражение так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными и нулевыми показателями:
 1) $\frac{7,8^0 x^{10} y^{-13} z^0}{7^2 a^6 b^{-15} c^{-7}}$; 2) $(3a+b)^{-2} : (3b^{-1} + a^{-1})^{-1}$.
3. Запишите число в стандартном виде и укажите порядок числа:
 1) 560; 2) 0,023; 3) $670 \cdot 10^4$; 4) $76 \cdot 10^{-3}$.
4. Сравните:
 1) $5,8 \cdot 10^{-5}$ и $6,2 \cdot 10^{-6}$; 3) $22,8 \cdot 10^{-9}$ и $0,058 \cdot 10^7$.
 2) $3,45 \cdot 10^5$ и $0,34 \cdot 10^6$;
5. Порядок некоторого натурального числа равен 6. Сколько цифр содержит десятичная запись этого числа?

Самостоятельная работа № 14

Свойства степени с целым показателем

1. Представьте выражение в виде степени с основанием a или произведения степеней с разными основаниями:
 1) $x^{10} \cdot x^7$; 3) $(x^4 y^6 z^{-5})^{-9}$;
 2) $x^{-5} : x^{-12}$; 4) $\left(\frac{x^8}{y^{-5}}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{x^{-4}}{y^8}\right)^{-10}$.

2. Найдите значение выражения:

1) $(11^{-8})^7 \cdot (11^{-4})^{-14}$; 3) $\frac{14^6 \cdot 2^{-8}}{28^{-3} \cdot 7^{11}}$.

2) $\frac{25^{-8} \cdot 5^7}{(-125)^{-5} \cdot (-5)^4}$;

3. Выполните действия и приведите полученное выражение к виду, не содержащему степени с отрицательным показателем:

1) $7x^{-8} \cdot (-2x^{-3}y^5)^{-3}$;

2) $\frac{13m^{-10}}{15n^{-14}} \cdot \frac{45n^8}{52m^{50}}$;

3) $\left(\frac{5a^{-3}}{b^{-2}}\right)^{-3} \cdot (25a^{-8}b^5)^2$.

4. Постройте график функции $y = (x - 2)\left(\frac{x - 2}{x - 1}\right)^{-1}$.

5. Упростите выражение:

1) $(x^{-4} + 5)(x^{-4} - 5) - (x^{-4} + 6)^2$;

2) $\frac{a^{-2} + b^{-2}}{2a^{-2} + 2a^{-1}b^{-1}} + \frac{b^{-1}}{a^{-1} + b^{-1}}$.

Самостоятельная работа № 15

Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график

1. Дана функция $y = \frac{18}{x}$. Найдите:

1) значение функции, если значение аргумента равно -2 ;

2) значение аргумента, при котором значение функции равно 6 .

2. Найдите значение k , при котором график функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку $A(-3; 4)$.

3. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \frac{8}{x}$ и $y = x + 7$ и запишите координаты точек их пересечения.

4. Постройте график функции:

$$1) y = \frac{3}{|x|};$$

$$2) y = \begin{cases} -\frac{6}{x}, & \text{если } x \leq -2, \\ x + 5, & \text{если } x > -2; \end{cases}$$

$$3) y = \frac{5x - 5}{x^2 - x}.$$

5. Постройте график уравнения:

$$1) (xy + 1)(y - 2) = 0; \quad 2) \frac{xy + 1}{y - 2} = 0.$$

Самостоятельная работа № 16

Делимость нацело и её свойства

1. Числа k и p таковы, что $k \div 4$, $p \div 9$. Докажите, что $(9k + 4p) \div 36$.
2. Числа a и b таковы, что значение каждого из выражений $a - 5$ и $b + 21$ кратно 13. Докажите, что значение выражения $a - b$ кратно 13.
3. Решите в целых числах уравнение $2xy - 4x + 2y - y^2 = 3$.
4. Докажите, что при любых нечётных натуральных значениях n значение выражения $1^n + 2^n + \dots + 10^n$ кратно 11.

Самостоятельная работа № 17

Деление с остатком. Сравнения по модулю и их свойства

1. Найдите неполное частное и остаток при делении числа m на число n :
1) $m = 5$, $n = 43$; 2) $m = -72$, $n = 23$.
2. Число a при делении на 3 даёт в остатке 2, а при делении на 5 даёт в остатке 3. Найдите остаток при делении числа a на 15.
3. Известно, что $a \equiv -2 \pmod{8}$, $b \equiv -5 \pmod{8}$. Найдите остаток при делении на 8 числа: 1) $2b - 3a$; 2) ab ; 3) b^2 .
4. Решите в целых числах уравнение $y^2 - 8x = 3$.

- Докажите, что при любом натуральном значении n значение выражения $21^n + 9 \cdot 13^n - 2 \cdot 5^{n+1}$ кратно 8.
- Найдите остаток при делении числа 3^{86} на число 5.

Самостоятельная работа № 18

**Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух натуральных чисел.
Взаимно простые числа**

- Используя алгоритм Евклида, найдите НОД (2261; 1955).
- Докажите, что для любого $n \in \mathbb{N}$:
1) НОД (n ; $4n + 1$) = 1; 2) НОД ($2n$; $6n + 2$) = 2.
- Натуральные числа a и b таковы, что НОК (a ; b) = 169. Найдите a и b .
- Какие значения может принимать НОД (a ; b), если $a = 3n + 8$, $b = 3n + 13$, $n \in \mathbb{N}$?

Самостоятельная работа № 19

Признаки делимости

- Делится ли нацело число 81 675 на число: 1) 3; 2) 11; 3) 25?
- Вместо звёздочек подставьте такие цифры, чтобы число $*71*$ делилось нацело на 99.
- Может ли натуральное число, запись которого состоит из цифр 2, 4, 6, 9 (каждая из цифр используется один раз), быть квадратом натурального числа?
- Решите уравнение $n = S(n) + 236$.

Самостоятельная работа № 20

Простые и составные числа

- Найдите все натуральные значения n , при которых числа n и $n + 9$ являются простыми.
- Найдите все натуральные значения n , при которых значение выражения $n^2 - 2n - 3$ является простым числом.
- Укажите все нечётные значения n , при которых значение выражения $10^n + 1$ является составным числом.

4. Натуральное число n таково, что числа $n + 4$ и $n - 21$ делятся нацело на простое число p . Найдите число p .

Самостоятельная работа № 21

Числовые неравенства и их свойства

- Сравните числа c и d , если:
 - $c = d - 0,9$; 2) $d = c + 0,1$.
- Известно, что $m < n$. Сравните:
 - $n - 3$ и $m - 3$;
 - $-20m$ и $-20n$;
 - $\frac{m}{8}$ и $\frac{n}{8}$.
- Известно, что $n < m$. Сравните:
 - $n - 5$ и m ; 3) $-n + 4$ и $-m + 4$;
 - $m + 6$ и n ; 4) $n + 3$ и $m - 2$.
- Сравните числа m и 0 , если:
 - $9m < 7m$; 3) $-4m < -13m$;
 - $\frac{m}{6} > \frac{m}{11}$; 4) $-\frac{m}{30} < -\frac{m}{16}$.
- Дано: $x < 0$ и $y > 0$. Сравните:
 - $x - y$ и 0 ; 3) $2y - 5x$ и x ;
 - $x - y$ и y ; 4) $\frac{1}{4x - 3y}$ и y .
- Известно, что $4 < b < 7$. Докажите, что:
 - $-8 < 13 - 3b < 1$;
 - $\frac{1}{9} < \frac{1}{2b - 5} < \frac{1}{3}$.

Самостоятельная работа № 22

Сложение и умножение числовых неравенств. Оценивание значения выражения

- Верно ли утверждение:
 - если $x > 2$ и $y > 14$, то $x - y > -12$;
 - если $x > 2$ и $y > 14$, то $xy > 27$;
 - если $x > 2$ и $y > 14$, то $2x + 3y > 46$;

- 4) если $x < 2$ и $y < 14$, то $xy < 28$;
 5) если $x > 5$, то $x^2 > 25$;
 6) если $x < 5$, то $\frac{1}{x} > \frac{1}{5}$?
2. Дано: $-5 < x < 1$. Оцените значение выражения:
 1) $x - 8$; 2) $-6x$; 3) $3x - 2$; 4) $9 - 5x$.
3. Дано: $3 < x < 8$ и $2 < y < 7$. Оцените значение выражения:
 1) xy ; 2) $3x - 4y$; 3) $\frac{6y}{5x}$.
4. Оцените значение x , если:
 1) $|y| + 15x = 15$; 2) $3|x| + |y| = 9$.

Самостоятельная работа № 23

Неравенства с одной переменной. Числовые промежутки

1. Решите неравенство:
 1) $12 - 4(x - 3) > x + 6$;
 2) $\frac{x+4}{3} - \frac{x+2}{6} \leq 4$;
 3) $8x + (x - 3)(x + 3) \geq (x + 4)^2$.
2. Равносильны ли неравенства:
 1) $(x + 2)(x^2 + 1) > 0$ и $x + 2 > 0$;
 2) $(x - 3)^2 > 0$ и $|x - 3| > 0$;
 3) $(x - 6)x \geq x$ и $x - 6 \geq 1$?
3. Найдите множество решений неравенства:
 1) $\frac{x+5}{x+5} > \frac{2}{5}$;
 2) $\frac{1}{|x-4|} > -1$;
 3) $|x^2 - 1| \leq 0$.
4. При каких значениях параметра a неравенство $2x - a > 8$ является следствием неравенства $3a - x < 2$?
5. Для каждого значения параметра a решите неравенство:
 1) $(a + 2)^2 x \leq 0$;
 2) $(a - 3)x > a^2 - 9$.

Самостоятельная работа № 24

Системы и совокупности линейных неравенств с одной переменной

1. Решите систему неравенств:

$$1) \begin{cases} 4x - 3 \geq x + 6, \\ 5x + 1 \geq 6x - 11; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} \frac{2x-1}{4} - \frac{4-x}{2} > \frac{3}{4}, \\ \frac{x-1}{2} < \frac{2-x}{3} + \frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 0,4(x-2) \leq 0,6x+1, \\ 5x+3 > 4(x+1,25); \end{cases}$$

2. Решите совокупность неравенств:

$$1) \begin{cases} 3 \leq x \leq 8, \\ x > 8; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x < 8, \\ x \geq 3. \end{cases}$$

3. Сколько целых решений имеет неравенство $-4 \leq 2x - 5 \leq 6$?

4. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} -12 < x < 6, \\ \begin{cases} x \geq 1, \\ x > 10. \end{cases} \end{cases}$$

5. Решите неравенство:

$$1) (x+2)^2(x-3) \geq 0; \quad 2) |x+2|(x-3) < 0.$$

6. При каких значениях параметра a множество решений системы неравенств
$$\begin{cases} 3x - 2 > 0, \\ 2x - a \leq 3 \end{cases}$$
 содержит четыре целых числа?

Самостоятельная работа № 25

Уравнения и неравенства, содержащие знак модуля

1. Решите уравнение:

$$1) |x-5| = 4; \quad 2) |2x-3| = |3x+1|; \quad 3) |x-2| = 2x-5.$$

2. Решите неравенство:

$$1) |2x+5| > 7; \quad 2) |4x-1| < x+2.$$

3. Постройте график функции $y = |x+1| - |x-2|$.

4. Решите уравнение $\frac{|x-4|}{|x-1| \cdot 3} = 1$.

5. Определите количество корней уравнения $|3x + 1| = a - x$ в зависимости от значения параметра a .

Самостоятельная работа № 26

Функция $y = x^2$ и её график

- Решите графически уравнение:
 - $x^2 = 4x - 3$;
 - $x^2 - 2x + 4 = 0$.
- Определите графически количество решений системы уравнений $\begin{cases} y = x^2, \\ y - 3x - 6 = 0. \end{cases}$
- Постройте график функции:
 - $y = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x \leq 2, \\ x^2, & \text{если } x > 2; \end{cases}$
 - $y = \frac{x^3 + 4x^2}{x + 4}$.
- Постройте график уравнения:
 - $(y - x^2)(x - 1) = 0$;
 - $(y - x^2)^2 + (x - 1)^2 = 0$.

Самостоятельная работа № 27

Квадратные корни. Арифметический квадратный корень

- Найдите значение выражения:
 - $4\sqrt{0,49} - \sqrt{8^2 + 15^2}$;
 - $32 \cdot \left(-\frac{1}{2}\sqrt{11}\right)^2 - \frac{1}{3} \cdot (7\sqrt{15})^2$.
- Решите уравнение:
 - $\frac{1}{2}\sqrt{x} + 3 = 0$;
 - $\frac{12}{\sqrt{x-3}} = 4$;
 - $\sqrt{5x} - 6 = 0$;
 - $(x+5)^2 = 2$.
- Найдите область определения функции:
 - $y = \sqrt{x+6} + \sqrt{3-x}$;
 - $y = \sqrt{|x|-2} + \frac{1}{\sqrt{x-3}}$.
- Постройте график функции $y = (\sqrt{x+2})^2 - 2$.
- Решите неравенство:
 - $\sqrt{x}(x-4) < 0$;
 - $\sqrt{x}(x-4) \geq 0$.

6. При каких значениях параметра a уравнение $(x - 3)(\sqrt{x} - a) = 0$ имеет два корня?

Самостоятельная работа № 28

Множество действительных чисел

1. Верно ли утверждение:

- 1) $-3,8 \in \mathbf{N}$; 3) $\sqrt{5} \in \mathbf{R}$;
 2) $\sqrt{5} \in \mathbf{Q}$; 4) $\sqrt{36} \in \mathbf{N}$?

2. Сравните числа:

- 1) $\frac{1}{3}$ и 0,33; 3) $-1,(18)$ и $-1,18$;
 2) $6,(39)$ и $6,39$; 4) $5,19\dots$ и $5,18\dots$.

3. Найдите все рациональные числа m и n такие, что

$$(\sqrt{7} - 2)^2 = m + n\sqrt{7}.$$

4. Докажите, что число $\sqrt{5}$ является иррациональным.

Самостоятельная работа № 29

Свойства арифметического квадратного корня

1. Найдите значение выражения:

- 1) $\sqrt{(-1,12)^2}$; 3) $\sqrt{6^4 \cdot 4^2}$; 5) $\frac{\sqrt{242}}{\sqrt{2}}$;
 2) $\sqrt{30\frac{1}{4} \cdot \frac{49}{36}}$; 4) $\sqrt{72} \cdot \sqrt{2}$; 6) $\sqrt{1,6 \cdot 14,4}$.

2. Упростите выражение:

- 1) $\sqrt{0,36x^{14}y^{18}}$, если $x \leq 0$, $y \geq 0$;
 2) $\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 1} \sqrt{\frac{x^2 - 2x + 1}{(x - 2)^2}}$, если $1 < x < 2$.

3. При каких значениях x верно равенство:

- 1) $\sqrt{(x + 2)^2} = (\sqrt{2 + x})^2$;
 2) $\sqrt{(x - 2)(x - 5)} = \sqrt{2 - x}\sqrt{5 - x}$?

4. Постройте график функции $y = \sqrt{x^2 + 2x} - 1$, если $x \leq 0$.

5. Упростите выражение $\sqrt{b^2 - 13b + 48} - \sqrt{b^2 - 2b + 1}$, если $b > 1$.

Самостоятельная работа № 30

Тождественные преобразования выражений, содержащих арифметические квадратные корни

1. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $-1,5\sqrt{192}$; 2) $-7\sqrt{0,12}$; 3) $\frac{3}{7}\sqrt{10\frac{8}{9}}$.

2. Внесите множитель под знак корня:

1) $3\sqrt{11}$; 2) $-4\sqrt{3}$.

3. Упростите выражение $\sqrt{25a} + \sqrt{36a} - \sqrt{49a}$.

4. Упростите выражение:

1) $(6 - \sqrt{5})(2 + 7\sqrt{5})$; 3) $(5 - \sqrt{2})^2 + (3 + \sqrt{2})^2$;
 2) $(2\sqrt{x} - 5\sqrt{y})(2\sqrt{x} + 5\sqrt{y})$; 4) $(\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{9 + 4\sqrt{5}})^2$.

5. Сократите дробь:

1) $\frac{x^2 - 13}{x - \sqrt{13}}$; 2) $\frac{b - 5\sqrt{b}}{b - 25}$; 3) $\frac{x + 16\sqrt{x} + 64}{x - 64}$.

6. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

1) $\frac{42}{5\sqrt{7}}$; 2) $\frac{14}{\sqrt{17} + \sqrt{3}}$.

Самостоятельная работа № 31

Тождественные преобразования выражений, содержащих арифметические квадратные корни

1. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt{5n^2}$, если $n \leq 0$; 3) $\sqrt{a^7 b^8}$, если $b \neq 0$;
 2) $\sqrt{-b^{11}}$; 4) $\sqrt{200a^6 b^3}$, если $a < 0$.

2. Внесите множитель под знак корня:

1) $b\sqrt{13}$; 2) $x^3\sqrt{-x}$; 3) $(x - 9)\sqrt{\frac{1}{18 - 2x}}$.

3. Упростите выражение:

$$1) \frac{a+b}{2a+2\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}; \quad 2) \left(\frac{\sqrt{b}+7}{\sqrt{b}-7} - \frac{28\sqrt{b}}{b-49} \right) : \frac{\sqrt{b}-7}{b+7\sqrt{b}}.$$

4. Известно, что $\sqrt{b-1} - \sqrt{8-b} = 2$. Найдите значение выражения $\sqrt{(b-1)(8-b)}$.

5. Упростите выражение:

$$1) \sqrt{7+4\sqrt{3}}; \quad 2) \sqrt{a+6\sqrt{a-9}}.$$

Самостоятельная работа № 32

Функция $y = \sqrt{x}$ и её график

1. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = -0,5x + 4$ и определите координаты точки их пересечения.
2. Решите неравенство:
 - 1) $\sqrt{2x+3} < 1$; 2) $\sqrt{3x-1} < \sqrt{x+2}$.
3. Постройте график уравнения $(y - \sqrt{x})(y - 3) = 0$.
4. Решите уравнение $\sqrt{x-1+2\sqrt{x-2}} - \sqrt{x+7-6\sqrt{x-2}} = 4$.

Самостоятельная работа № 33

Квадратные уравнения. Решение неполных квадратных уравнений

1. Решите уравнение:
 - 1) $x^2 + 11x = 0$; 2) $5x^2 - 35 = 0$; 3) $x^2 + 64 = 0$.
2. При каком значении параметра a число 2 является корнем уравнения $x^2 - ax - 24 = 0$?
3. Решите уравнение:
 - 1) $(3x - 5)^2 - 5(5 + 3x) = 0$;
 - 2) $x^2 - 9|x| = 0$;
 - 3) $x^2 + 2|x| - 10x = 0$.
4. При каких значениях параметра a корни уравнения $x^2 + (a^2 - 1)x - 3a + 1 = 0$ являются противоположными числами?

Самостоятельная работа № 34**Формула корней квадратного уравнения**

1. Решите уравнение:

1) $x^2 + 2x - 24 = 0$; 3) $x^2 - 10x + 37 = 0$.

2) $2x^2 - 4x - 17 = 0$;

2. Найдите три последовательных чётных натуральных числа, если квадрат второго из них на 56 меньше удвоенного произведения первого и третьего чисел.

3. Решите уравнение:

1) $|x^2 + 5x - 3| = 3$;

2) $x|x| + 7x - 6 = 0$;

3) $x^2 - 3x + \frac{4}{x-2} = \frac{4}{x-2} - 2$;

4) $(\sqrt{x} - 4)(12x^2 + 17x - 5) = 0$.

4. При каких значениях параметра m имеет единственный корень уравнение:

1) $12x^2 + mx + 3 = 0$;

2) $(m-2)x^2 - (2m-4)x + 12 = 0$.

Самостоятельная работа № 35**Теорема Виета**

1. Не решая уравнение, найдите сумму и произведение его корней:

1) $x^2 + 8x - 263 = 0$; 2) $5x^2 - 12x - 7 = 0$.

2. Составьте квадратное уравнение с целыми коэффициентами, корни которого равны:

1) $\frac{2}{5}$ и 3; 2) $2 - \sqrt{11}$ и $2 + \sqrt{11}$.

3. Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 13x + 5 = 0$. Не решая уравнение, найдите значение выражения:

1) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; 2) $x_1^2 + x_2^2$.

4. Составьте квадратное уравнение, корни которого на 2 больше соответствующих корней уравнения $x^2 + 3x - 8 = 0$.5. При каких значениях параметра a произведение корней уравнения $x^2 + (4-a)x + a^2 + 4a = 0$ равно 5?

Самостоятельная работа № 36**Квадратный трёхчлен**

1. Разложите на множители квадратный трёхчлен:

1) $-x^2 - 4x + 21$; 2) $8x^2 - 2x - 3$.

2. Сократите дробь:

1) $\frac{x^2 + 3x - 4}{x + 4}$; 2) $\frac{4a^2 + 12a + 9}{2a^2 + a - 3}$.

3. Упростите выражение $\frac{3y^2 - 10y + 8}{4y^2 - 36} \cdot \frac{y - 3}{y - 2} + \frac{0,25 - y}{y + 3}$.

4. Решите неравенство:

1) $2x^2 - 7x + 13 > 0$; 2) $(\sqrt{x} - 2)(x^2 - 3x + 8) \geq 0$.

5. При каком значении параметра a разложение на линейные множители трёхчлена $-3x^2 - ax + 8$ содержит множитель $x + 4$?

6. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых $(x; y)$ удовлетворяют равенству $9x^2 - 10xy + y^2 = 0$.

Самостоятельная работа № 37**Решение уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям**

1. Решите уравнение:

1) $\frac{x^2 + x}{x^2 - 25} = \frac{45 - 3x}{x^2 - 25}$;

2) $\frac{5x - 8}{x - 1} = \frac{14x + 12}{3x + 5}$;

3) $\frac{x + 8}{x - 4} - \frac{4}{x - 8} = \frac{2x - 56}{(x - 4)(x - 8)}$.

2. Для каждого значения параметра a решите уравнение

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x - a} = 0.$$

3. При каких значениях параметра a уравнение

$$\frac{x^2 - (a - 1)x + a - 2}{\sqrt{x} - 3} = 0 \text{ имеет единственное решение?}$$

Самостоятельная работа № 38**Решение уравнений методом замены переменной**

1. Решите уравнение:

1) $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$;

2) $(x - 3)^4 - 5(x - 3)^2 + 4 = 0$.

2. Решите уравнение $(x^2 - 5x - 2)^2 + 4x^2 - 20x - 40 = 0$.

3. Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)(x+4)} - \frac{1}{x(x+3)} = \frac{1}{3}$.

4. Решите уравнение $3\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 10$.

Самостоятельная работа № 39**Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций**

1. Автомобиль должен был проехать 225 км. Проехав $\frac{8}{15}$ этого расстояния, автомобиль уменьшил свою скорость на 10 км/ч. Найдите скорость автомобиля на каждом участке движения, если на весь путь было затрачено 3 ч.
2. Две бригады, работая вместе, вспахали поле за 8 ч. За сколько часов может вспахать поле каждая бригада самостоятельно, если одной бригаде на это требуется на 12 ч больше, чем другой?
3. Водный раствор соли содержал 140 г воды. Через некоторое время 50 г воды испарили, после чего концентрация соли увеличилась на 10%. Сколько граммов соли содержит раствор?

Самостоятельная работа № 40**Деление многочленов**

1. Докажите, что многочлен $x^3 - 2x^2 - 2x + 3$ делится нацело на многочлен $x^2 - x - 3$.
2. Докажите, что многочлен $x^3 - x - 7$ не делится нацело на многочлен $x - 2$.

3. Выделите целую часть из рациональной дроби
- $$\frac{2x^4 - 4x^3 + x^2 - 5x - 7}{x^2 + x + 2}.$$

Самостоятельная работа № 41**Корни многочлена. Теорема Безу.****Целое рациональное уравнение**

1. Найдите остаток от деления многочлена $x^3 - 2x^2 + 3x - 5$ на двучлен $x + 3$.
2. Докажите, что многочлен, тождественно равный выражению $(x - 4)^{2n} + (x - 3)^n - 1$, где $n \in \mathbf{N}$, делится нацело на многочлен $x^2 - 7x + 12$.
3. При каких значениях параметра a многочлен $x^3 - 5x^2 + ax + 4$ при делении на двучлен $x + 2$ даёт в остатке 8?
4. Решите уравнение $2x^4 - x^3 - 14x^2 + 19x - 6 = 0$.

Вариант 3

Самостоятельная работа № 1

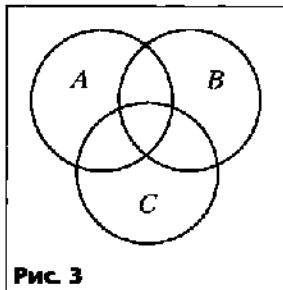
Множество. Подмножества данного множества

1. Дана функция $f(x) = 2 - |x|$. Какие из следующих утверждений являются верными:
1) $3 \in E(f)$; 3) $1 \in E(f)$;
2) $1 \notin D(f)$; 4) $3 \notin D(f)$?
2. Запишите все собственные подмножества множества натуральных делителей числа 15.
3. Изобразите с помощью диаграммы Эйлера соотношение между множествами A , B и C , если: $A = \{2, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, $C = \{3\}$.

Самостоятельная работа № 2

Операции над множествами

1. Пусть A и B — множества цифр, используемых соответственно для записи чисел 8384 и 428. Найдите:
1) $A \cap B$; 2) $A \cup B$; 3) $A \setminus B$.
2. Даны множества $A = \{x \mid x \in \mathbf{Z}, -4 \leq x < 1\}$ и $B = \{x \mid x \in \mathbf{Z}, x \leq -2\}$. Задайте перечислением элементов множества:
1) $A \cap B$; 2) $A \setminus B$.
3. На диаграмме Эйлера (рис. 3) изображены множества A , B и C . Заштрихуйте множество:
1) $(A \cap C) \cup B$; 2) $(A \cup B) \setminus C$.



Самостоятельная работа № 3

Формулы включения-исключения. Взаимно однозначное соответствие

1. Докажите, что количество четырёхзначных чисел равно количеству шестизначных чисел, в записи которых вторая

и пятая цифры (считая слева направо) соответственно равны 0 и 4.

2. Из 65 учащихся спортивной школы 34 посещают баскетбольную секцию, а 47 — легкоатлетическую секцию. Сколько учащихся посещают и баскетбольную, и легкоатлетическую секции?

Самостоятельная работа № 4

Равномощные множества. Счётные множества

1. Докажите, что множество чисел вида 4^{2n+1} ($n \in \mathbf{N}$) счётно.
 2. На координатной плоскости отметили точки $A(0; 4)$, $B(2; 0)$, $C(3; 0)$, $D(0; 7)$. Докажите, что множества точек отрезков BC и AD равномощны.

Самостоятельная работа № 5

Рациональные дроби

1. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

1) $\frac{c-8}{c+10}$; 2) $\frac{7}{|x|-8}$; 3) $\frac{c}{c-3} - \frac{6}{c+4}$; 4) $\frac{2}{2 + \frac{2}{x}}$?

2. Запишите рациональную дробь, содержащую переменную x , допустимыми значениями которой являются все числа, кроме -4 , 4 и 7 .
 3. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной c значение дроби:

1) $\frac{c^2 - 2c + 2}{c^2 + 18c + 81}$ положительное;

2) $\frac{10c - 25 - c^2}{c^3 + 1}$ неположительное.

4. Известно, что $5x + 20y = 3$. Найдите значение выражения:

1) $\frac{4}{3x + 12y}$; 2) $\frac{9}{16y^2 + 8xy + x^2}$.

Самостоятельная работа № 6**Основное свойство рациональной дроби**

1. Сократите дробь:

1) $\frac{20x^2 - 5x}{6 \cdot 24x}$;

4) $\frac{a^3 + 216}{2a + 12}$;

2) $\frac{x^2 - 25}{x^2 - 10x + 25}$;

5) $\frac{am - mb - 6a + 6b}{m^2 - 36}$;

3) $\frac{a^5 - a^7}{a^6 - a^4}$;

6) $\frac{(2m - 8n)^2}{4n - m}$.

2. Запишите в виде дробей с одинаковыми знаменателями дроби:

1) $\frac{3}{4m^2n}$ и $\frac{7}{8n^5}$;

2) $\frac{2m}{3m - n}$ и $\frac{5n}{m + 2n}$;

3) $\frac{4m}{3m - n}$, $\frac{3}{9m^2 - n^2}$ и $\frac{1}{9m^2 - 6mn + n^2}$.

3. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x + 2}$.4. Решите уравнение $\frac{x^2 - 9}{x - 3} = -6$.**Самостоятельная работа № 7****Сложение и вычитание рациональных дробей с одинаковыми знаменателями**

1. Представьте в виде дроби выражение:

1) $\frac{8m - 5n}{mn} - \frac{2m - 5n}{mn}$;

2) $\frac{2y}{y^2 - 49} - \frac{14}{y^2 - 49}$;

3) $\frac{x^2 + 12x}{25 - x^2} - \frac{2x - 25}{25 - x^2}$.

2. Упростите выражение:

$$1) \frac{x^3 - 7}{1 - x} - \frac{6}{x - 1}; \quad 2) \frac{36 - 8x}{(x - 6)^2} - \frac{4x - x^2}{(6 - x)^2}.$$

3. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной значение выражения $\frac{6x + 3}{(x - 4)^3} + \frac{x - 6}{(4 - x)^3} - \frac{29}{(x - 4)^3}$ принимает положительные значения.

4. Найдите все натуральные значения n , при которых является целым числом значение выражения:

$$1) \frac{12n + 11}{3n - 2}; \quad 2) \frac{2n^2 + 3n - 15}{n + 4}.$$

Самостоятельная работа № 8

Сложение и вычитание рациональных дробей с разными знаменателями

1. Представьте в виде дроби выражение:

$$1) \frac{9}{10mn} - \frac{14}{15mn}; \quad 3) 7 - \frac{5x + 7y}{y};$$

$$2) \frac{2x^2 - 4y^2}{xy} + \frac{6x + 4y}{x}; \quad 4) \frac{x^2 - y^2}{4x + y} + 4x - y.$$

2. Выполните действия:

$$1) \frac{7m}{5m - 30} + \frac{2m}{18 - 3m};$$

$$2) \frac{4a}{4a + b} - \frac{16a^2}{16a^2 + 8ab + b^2};$$

$$3) \frac{8}{b^2 - 25} - \frac{4}{b^2 + 5b}.$$

3. Упростите выражение $\frac{a + 1}{a^2 + a + 1} - \frac{1}{a - 1} + \frac{a^3 + a + 1}{a^3 - 1}$.

4. Докажите тождество:

$$\frac{1}{x(x + 4)} + \frac{1}{(x + 4)(x + 8)} + \frac{1}{(x + 8)(x + 12)} + \frac{1}{(x + 12)(x + 16)} =$$

$$= \frac{4}{x(x + 16)}.$$

Самостоятельная работа № 9**Умножение и деление рациональных дробей.
Возведение рациональной дроби в степень**

1. Выполните умножение:

$$1) \frac{x^4 y}{28a} \cdot \left(-\frac{7a}{x^3 y^6} \right); \quad 3) \frac{a^{n+2} b^{4n+3}}{c^{n+1}} \cdot \frac{c^{2n+1}}{a^n b^{4n}}.$$

$$2) 16b^5 \cdot \frac{7c^2}{8b^{10}};$$

2. Выполните возведение в степень:

$$1) \left(-\frac{6b^3}{7c} \right)^2; \quad 2) \left(-\frac{4m^2 n^4}{9p^6 k^7} \right)^3.$$

3. Выполните деление:

$$1) \frac{40a^6 b^9}{39c^6 d^{14}} : \left(-\frac{5a^8 b^3}{26c^{12} d^7} \right); \quad 2) \frac{60m^6 n^5}{17p^4} : (15m^8 n^{10}).$$

4. Упростите выражение:

$$1) \frac{3b^2 + 6b + 3}{b^3 - 8} \cdot \frac{2b^2 + 4b + 8}{9b + 9};$$

$$2) \frac{a^2 - 81b^2}{49a^2 - 25b^2} : \frac{a^2 + 18ab + 81b^2}{49a^2 - 70ab + 25b^2};$$

$$3) \frac{(a^n - 3b^n)^2 + 12a^n b^n}{a^2 - b^2} : \frac{a^{2n} - 9n^{2n}}{a - b}.$$

5. Известно, что $3x + \frac{1}{x} = 5$. Найдите значение выражения $9x^2 + \frac{1}{x^2}$.**Самостоятельная работа № 10****Тождественные преобразования рациональных
выражений**

1. Упростите выражение:

$$1) \left(\frac{a+9}{a-9} - \frac{a-9}{a+9} \right) : \frac{18a^2}{81-a^2}; \quad 3) \frac{a - \frac{4a-4}{a}}{\frac{2}{a} - 1}.$$

$$2) \frac{2a}{a-5} - \frac{a+7}{4a \cdot 20} \cdot \frac{200}{a^2+7a};$$

2. Докажите тождество:

$$\left(\frac{1}{(x-7)^2} + \frac{2}{x^2 - 49} + \frac{1}{(x+7)^2} \right) : \frac{16x^4}{(x^2 - 49)^2} = \frac{1}{4x^2}.$$

3. Докажите, что при всех допустимых значениях a значение выражения

$$\left(\frac{1}{a+2} - \frac{12}{a^3+8} + \frac{6}{a^2-2a+4} \right) \cdot \left(a - \frac{4a-4}{a+2} \right)$$

не зависит от значения a .

Самостоятельная работа № 11

Равносильные уравнения. Уравнение-следствие. Рациональные уравнения

1. Равносильны ли уравнения:

1) $x^2 = -9$ и $\frac{8}{x} = 0$;

2) $x + 10 = 10 + x$ и $\frac{x-5}{x-5} = 1$;

3) $\frac{x^2-25}{x-5} = 0$ и $x^2 - 25 = 0$;

4) $\frac{(x+7)^2}{x-4} = 0$ и $x+7 = 0$?

2. Какое из уравнений является следствием другого:

1) $x+4 = 0$ и $(x-1)(x+4) = 0$;

2) $\frac{x^2}{x+7} = \frac{49}{x+7}$ и $x^2 = 49$?

3. Решите уравнение:

1) $\frac{4x-3}{x+1} - \frac{6x-5}{2x+1} = 1$;

2) $\frac{x^2+33}{x^2-9} = \frac{8}{x+3} - \frac{x+4}{3-x}$;

3) $\frac{6}{x^2+x} - \frac{x-6}{x^2-x} + \frac{10}{x^2-1} = 0$.

Самостоятельная работа № 12**Рациональные уравнения с параметрами**

1. Для каждого значения параметра a решите уравнение:

$$1) \frac{x+6}{x-a} = 0; \quad 2) \frac{(x+a)(x-2)}{x-5} = 0; \quad 3) \frac{x+a}{x-2} = a-1.$$

2. При каких значениях параметра a уравнения $(a-2)(x+1) = 0$ и $a^2 + x = 2a - 1$ равносильны?

Самостоятельная работа № 13**Степень с целым отрицательным показателем**

1. Найдите значение выражения:

$$1) 5^{-2} + 10^{-3}; \quad 2) \left(\frac{6}{7}\right)^{-1} + 6^{-2} - (-3,5)^0; \quad 3) \left(\frac{9}{4}\right)^{-2} \cdot 2^{-5}.$$

2. Преобразуйте выражение так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными и нулевыми показателями:

$$1) \frac{9 \cdot 4^0 x^{-14} y^{-18} z^2}{8^{-1} a^0 b^{22} c^6}; \quad 2) (m-4n)^{-1} : (4m^{-1} - n^{-1})^{-2}.$$

3. Запишите число в стандартном виде и укажите порядок числа:

$$1) 59; \quad 2) 0,0024; \quad 3) 830 \cdot 10^5; \quad 4) 95 \cdot 10^{-5}.$$

4. Сравните:

$$1) 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ и } 4,8 \cdot 10^{-5};$$

$$2) 2,78 \cdot 10^7 \text{ и } 0,27 \cdot 10^8;$$

$$3) 58,3 \cdot 10^{-7} \text{ и } 0,075 \cdot 10^{-5}.$$

5. Порядок некоторого натурального числа равен 7. Сколько цифр содержит десятичная запись этого числа?

Самостоятельная работа № 14**Свойства степени с целым показателем**

1. Представьте выражение в виде степени с основанием a или произведения степеней с разными основаниями:

$$1) b^{-7} \cdot b^{15}; \quad 3) (m^6 n^{-4} p^8)^{-5};$$

$$2) b^{-10} : b^{-16}; \quad 4) \left(\frac{m^9}{n^{-8}}\right)^{-6} \cdot \left(\frac{m^{-10}}{n^{26}}\right)^{-2}.$$

2. Найдите значение выражения:

1) $(23^{-12})^2 \cdot (23^{-8})^{-3}$;

2) $\frac{(-49)^{-5} \cdot 7^{-4}}{343^{-8} \cdot (-7)^8}$;

3) $\frac{15^7 \cdot 3^{-12}}{45^{-4} \cdot 5^{13}}$.

3. Выполните действия и приведите полученное выражение к виду, не содержащему степени с отрицательным показателем:

1) $9b^{-9} \cdot (-5b^{-4}c^4)^{-2}$;

2) $\frac{19a^{-15}}{21c^{-4}} \cdot \frac{63c^6}{38a^{-21}}$;

3) $\left(\frac{6x^{-1}}{y^{-8}}\right)^4 \cdot (36x^{-2}y^7)^8$.

4. Постройте график функции $y = (x + 1)\left(\frac{x + 1}{x - 3}\right)^{-1}$.

5. Упростите выражение:

1) $(a^{-6} + 3)(a^{-6} - 3) - (a^{-6} + 4)^2$;

2) $\frac{m^4 + n^6}{2m^4 - 2m^2n^3} - \frac{n^3}{m^2 - n^3}$.

Самостоятельная работа № 15

Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график

1. Дана функция $y = -\frac{42}{x}$. Найдите:

1) значение функции, если значение аргумента равно 7;

2) значение аргумента, при котором значение функции равно 14.

2. Найдите значение k , при котором график функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку $A(-7; 3)$.

3. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \frac{2}{x}$ и $y = x - 1$ и запишите координаты точек их пересечения.

4. Постройте график функции:

1) $y = \frac{5}{|x|}$;

2) $y = \begin{cases} -\frac{4}{x}, & \text{если } x \leq -1, \\ 3 - x, & \text{если } x > -1; \end{cases}$

3) $y = \frac{6x - 12}{x^2 - 2x}$.

5. Постройте график уравнения:

1) $(xy - 6)(x - 3) = 0$; 2) $\frac{xy - 6}{x - 3} = 0$.

Самостоятельная работа № 16**Делимость нацело и её свойства**

1. Числа m и n таковы, что $m : 5$, $n : 8$. Докажите, что $(8m + 5n) : 40$.
2. Числа x и y таковы, что значение каждого из выражений $x - 8$ и $y + 46$ кратно 19. Докажите, что значение выражения $x + y$ кратно 19.
3. Решите в целых числах уравнение $x^2 + 4x - 3xy - 12y = 11$.
4. Докажите, что при любых нечётных натуральных значениях n значение выражения $1^n + 2^n + \dots + 22^n$ кратно 23.

Самостоятельная работа № 17**Деление с остатком. Сравнения по модулю и их свойства**

1. Найдите неполное частное и остаток при делении числа m на число n :
1) $m = 7$, $n = 54$; 2) $m = -83$, $n = 24$.
2. Число b при делении на 4 даёт в остатке 3, а при делении на 5 даёт в остатке 2. Найдите остаток при делении числа b на 20.
3. Известно, что $p \equiv -4 \pmod{9}$, $q \equiv -2 \pmod{9}$. Найдите остаток при делении на 9 числа: 1) $5p - 2q$; 2) pq ; 3) p^2 .
4. Решите в целых числах уравнение $x^2 - 6y = 8$.

- Докажите, что при любом натуральном значении n значение выражения $17^n + 14 \cdot 11^n - 3 \cdot 5^{n+1}$ кратно 6.
- Найдите остаток при делении числа 4^{73} на число 9.

Самостоятельная работа № 18

Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух натуральных чисел.

Взаимно простые числа

- Используя алгоритм Евклида, найдите НОД (3553; 1463).
- Докажите, что для любого $n \in \mathbb{N}$:
 - НОД (n ; $6n + 1$) = 1;
 - НОД ($3n$; $12n + 3$) = 3.
- Натуральные числа a и b таковы, что НОК (a ; b) = 121. Найдите a и b .
- Какие значения может принимать НОД (a ; b), если $a = 4n + 1$, $b = 4n + 8$, $n \in \mathbb{N}$?

Самостоятельная работа № 19

Признаки делимости

- Делится ли нацело число 42 825 на число: 1) 3; 2) 9; 3) 25?
- Вместо звёздочек подставьте такие цифры, чтобы число *53* делилось нацело на 88.
- Может ли натуральное число, запись которого состоит из цифр 1, 2, 3, 6 (каждая из цифр используется один раз), быть квадратом натурального числа?
- Решите уравнение $n = S(n) + 184$.

Самостоятельная работа № 20

Простые и составные числа

- Найдите все натуральные значения n , при которых числа n и $n + 5$ являются простыми.
- Найдите все натуральные значения n , при которых значение выражения $n^2 + 2n - 24$ является простым числом.
- Укажите все нечётные значения n , при которых значение выражения $4^n + 1$ является составным числом.

4. Натуральное число n таково, что числа $n - 6$ и $n - 43$ делятся нацело на простое число p . Найдите число p .

Самостоятельная работа № 21

Числовые неравенства и их свойства

- Сравните числа m и n , если:
 - $m = n + 0,7$; 2) $n = m - 10$.
- Известно, что $m > n$. Сравните:
 - $m - 4$ и $n - 4$;
 - $-70m$ и $-70n$;
 - $-\frac{m}{15}$ и $-\frac{n}{15}$.
- Известно, что $a > b$. Сравните:
 - $a + 1$ и b ; 3) $a + 2$ и $b - 3$;
 - a и $b - 4$; 4) $a - 3$ и $b - 2$.
- Сравните числа a и 0 , если:
 - $3a > 6a$; 3) $-2a > 5a$;
 - $\frac{a}{7} > \frac{a}{12}$; 4) $-\frac{a}{10} > -\frac{a}{20}$.
- Дано: $a < 0$ и $b > 0$. Сравните:
 - $a - b$ и 0 ; 3) $3a - 2b$ и b ;
 - $b - a$ и $-b$; 4) $\frac{1}{a - 5b}$ и $\frac{1}{b}$.
- Известно, что $4 < m < 6$. Докажите, что:
 - $-9 < 15 - 4m < -1$;
 - $\frac{1}{14} < \frac{1}{3m - 4} < \frac{1}{8}$.

Самостоятельная работа № 22

Сложение и умножение числовых неравенств. Оценивание значения выражения

- Верно ли утверждение:
 - если $a > 4$ и $b > 8$, то $a - b > -4$;
 - если $a > 4$ и $b > 8$, то $ab > 30$;
 - если $a > 4$ и $b > 8$, то $2a + 3b > 32$;

4) если $a < 4$ и $b < 8$, то $ab < 32$;

5) если $a > 4$, то $a^2 > 16$;

6) если $a < 4$, то $\frac{1}{a} > \frac{1}{4}$?

2. Дано: $-3 < a < 2$. Оцените значение выражения:

1) $a - 2$; 2) $-\frac{a}{3}$; 3) $3a - 1$; 4) $3 - 4a$.

3. Дано: $2 < a < 5$ и $1 < b < 3$. Оцените значение выражения:

1) ab ; 2) $4a - 3b$; 3) $\frac{5a}{2b}$.

4. Оцените значение x , если:

1) $y^2 + 4x = 8$; 2) $7|x| + y^2 = 14$.

Самостоятельная работа № 23

Неравенства с одной переменной.

Числовые промежутки

1. Решите неравенство:

1) $9 - 7(x + 3) \geq 5 - 6x$;

2) $\frac{x+8}{2} - \frac{x-4}{7} < 1$;

3) $2(x-3) + x(x-13) < (x-2)^2 - 7x$.

2. Равносильны ли неравенства:

1) $x - 7 < 0$ и $(x-7)(x^2+6) < 0$;

2) $|x+8| < 0$ и $(x+8)^2 < 0$;

3) $(x+5)x \leq x$ и $x+5 \leq 1$?

3. Найдите множество решений неравенства:

1) $\frac{x-3}{x-3} > \frac{3}{4}$;

2) $\frac{1}{|x+2|} > -1$;

3) $|x^2 - 16| \leq 0$.

4. При каких значениях параметра a неравенство $3x + a > 6$ является следствием неравенства $2a - x < 1$?

5. Для каждого значения параметра a решите неравенство:

1) $(a-1)^2 x \leq 0$;

2) $(a-4)x > a^2 - 16$.

Самостоятельная работа № 24

Системы и совокупности линейных неравенств с одной переменной

1. Решите систему неравенств:

$$1) \begin{cases} 7x - 3 \geq 2(x - 6), \\ x + 5 \geq 3x - 11; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} \frac{3x + 5}{4} < \frac{x + 1}{2} + 1, \\ \frac{x - 4}{2} > \frac{2 - x}{3} - 1. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 0,2(x - 4) \leq 0,3x + 2, \\ 3(x + 1) > x + 5; \end{cases}$$

2. Решите совокупность неравенств:

$$1) \begin{cases} 1 \leq x \leq 9, \\ x < 1; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x \leq 9, \\ x > 1. \end{cases}$$

3. Сколько целых решений имеет неравенство $-5 \leq 3x - 2 \leq -2$?

$$4. \text{ Решите систему неравенств } \begin{cases} -4 < x < 5, \\ x \geq 2, \\ x > 7. \end{cases}$$

5. Решите неравенство:

$$1) (x - 3)^2(x - 5) \geq 0; \quad 2) |x - 3|(x - 5) < 0.$$

6. При каких значениях параметра a множество решений системы неравенств $\begin{cases} 4x - a \geq 0, \\ 2x - 7 < 0 \end{cases}$ содержит пять целых чисел?

Самостоятельная работа № 25

Уравнения и неравенства, содержащие знак модуля

1. Решите уравнение:

$$1) |x + 6| = 2; \quad 2) |4x + 3| = |x - 1|; \quad 3) |x + 2| = 3x - 6.$$

2. Решите неравенство:

$$1) |5x - 1| < 9; \quad 2) |7x + 2| > x - 5.$$

3. Постройте график функции $y = |x + 4| + |x - 2|$.

4. Решите уравнение $\frac{|x - 5|}{|x - 3| - 2} = 1$.

5. Определите количество корней уравнения $|4x - 1| = x + a$ в зависимости от значения параметра a .

Самостоятельная работа № 26

Функция $y = x^2$ и её график

1. Решите графически уравнение:
 1) $x^2 = 3x - 2$; 2) $x^2 + x + 2 = 0$.
2. Определите графически количество решений системы уравнений $\begin{cases} y = x^2, \\ y - 4x - 7 = 0. \end{cases}$
3. Постройте график функции:
 1) $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \leq -2, \\ x + 6, & \text{если } x > -2; \end{cases}$ 2) $y = \frac{x^3 + 2x^2}{x + 2}$.
4. Постройте график уравнения:
 1) $(y - x^2)(y - 4) = 0$; 2) $(y - x^2)^2 + (y - 4)^2 = 0$.

Самостоятельная работа № 27

Квадратные корни. Арифметический квадратный корень

1. Найдите значение выражения:
 1) $3\sqrt{0,81} - \sqrt{9^2 + 12^2}$; 2) $98 \cdot \left(-\frac{1}{7}\sqrt{15}\right)^2 - \frac{1}{8} \cdot (2\sqrt{6})^2$.
2. Решите уравнение:
 1) $\frac{1}{4}\sqrt{x} + 2 = 0$; 3) $\frac{80}{\sqrt{x-7}} = 6$;
 2) $\sqrt{10x} - 9 = 0$; 4) $(x - 5)^2 = 3$.
3. Найдите область определения функции:
 1) $y = \sqrt{x+5} + \sqrt{2-x}$; 2) $y = \sqrt{|x|-5} + \frac{1}{\sqrt{x-4}}$.
4. Постройте график функции $y = (\sqrt{x+3})^2 - 3$.
5. Решите неравенство:
 1) $\sqrt{x}(x - 6) < 0$; 2) $\sqrt{x}(x - 6) \geq 0$.

6. При каких значениях параметра a уравнение $(x-5)(\sqrt{x}-a) = 0$ имеет два корня?

Самостоятельная работа № 28

Множество действительных чисел

1. Верно ли утверждение:

1) $-2,3 \notin \mathbf{N}$; 3) $\sqrt{7} \notin \mathbf{R}$;
 2) $\sqrt{7} \in \mathbf{Q}$; 4) $\sqrt{49} \in \mathbf{Z}$?

2. Сравните числа:

1) $\frac{2}{9}$ и $0,22$; 3) $-4,(39)$ и $-4,39$;
 2) $7,(24)$ и $7,24$; 4) $8,12\dots$ и $8,13\dots$.

3. Найдите все рациональные числа m и n такие, что $(\sqrt{11}-1)^2 = m + n\sqrt{11}$.

4. Докажите, что число $\sqrt{6}$ является иррациональным.

Самостоятельная работа № 29

Свойства арифметического квадратного корня

1. Найдите значение выражения:

1) $\sqrt{(-1,26)^2}$; 3) $\sqrt{2^{10} \cdot 7^2}$; 5) $\frac{\sqrt{180}}{\sqrt{5}}$;
 2) $\sqrt{5 \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{9}{25}}$; 4) $\sqrt{24} \cdot \sqrt{6}$; 6) $\sqrt{4,9 \cdot 19,6}$.

2. Упростите выражение:

1) $\sqrt{0,16a^{38}b^{42}}$, если $a \geq 0$, $b \leq 0$;
 2) $\frac{x^2 - 10x + 25}{x-2} \sqrt{\frac{x^2 - 4x + 4}{(x-5)^2}}$, если $2 < x < 5$.

3. При каких значениях x верно равенство:

1) $\sqrt{(x-6)^2} = (\sqrt{x-6})^2$;
 2) $\sqrt{(x-3)(x-7)} = \sqrt{x-3}\sqrt{x-7}$?

4. Постройте график функции $y = \sqrt{x^2 - 3x - 4}$, если $x \leq 0$.

5. Упростите выражение $\sqrt{a^2 - 12a + 26} + \sqrt{4a^2 - 4a + 1}$, если $a > \frac{1}{2}$.

Самостоятельная работа № 30

Тождественные преобразования выражений, содержащих арифметические квадратные корни

1. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $-1,2\sqrt{175}$; 2) $-15\sqrt{0,32}$; 3) $\frac{5}{8}\sqrt{5\frac{3}{25}}$.

2. Внесите множитель под знак корня:

1) $7\sqrt{3}$; 2) $-2\sqrt{10}$.

3. Упростите выражение $\sqrt{4a} + \sqrt{64a} - \sqrt{9a}$.

4. Упростите выражение:

1) $(4 - \sqrt{6})(2 + 3\sqrt{6})$; 3) $(8 - \sqrt{6})^2 + (5 + \sqrt{6})^2$;
 2) $(6\sqrt{m} + 8\sqrt{n})(6\sqrt{m} - 8\sqrt{n})$; 4) $(\sqrt{8 + 2\sqrt{7}} + \sqrt{8 - 2\sqrt{7}})^2$.

5. Сократите дробь:

1) $\frac{x^2 - 17}{x + \sqrt{17}}$; 2) $\frac{c + 9\sqrt{c}}{c - 81}$; 3) $\frac{a - 10\sqrt{a} + 25}{a - 25}$.

6. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

1) $\frac{27}{2\sqrt{3}}$; 2) $\frac{41}{\sqrt{47} - \sqrt{6}}$.

Самостоятельная работа № 31

Тождественные преобразования выражений, содержащих арифметические квадратные корни

1. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt{13y^2}$, если $y \leq 0$;

2) $\sqrt{-c^{15}}$;

3) $\sqrt{m^{16}n^3}$, если $m \neq 0$;

4) $\sqrt{700m^{18}n^{19}}$, если $m < 0$.

2. Внесите множитель под знак корня:

1) $c\sqrt{15}$; 2) $x^7\sqrt{-x}$; 3) $(b-4)\sqrt{\frac{1}{20-5b}}$.

3. Упростите выражение:

1) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab}+b} - \frac{\sqrt{b}}{a+\sqrt{ab}}$; 2) $\left(\frac{\sqrt{m}-2}{\sqrt{m}+2} + \frac{8\sqrt{m}}{m-4}\right) : \frac{\sqrt{m}+2}{m-2\sqrt{m}}$.

4. Известно, что $\sqrt{7-c} + \sqrt{c-2} = 3$. Найдите значение выражения $\sqrt{(7-c)(c-2)}$.

5. Упростите выражение:

1) $\sqrt{19+8\sqrt{3}}$; 2) $\sqrt{a+12\sqrt{a-36}}$.

Самостоятельная работа № 32

Функция $y = \sqrt{x}$ и её график

1. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = 3 - 2x$ и определите координаты точки их пересечения.

2. Решите неравенство:

1) $\sqrt{4x-3} < 2$; 2) $\sqrt{x+3} > \sqrt{3x-5}$.

3. Постройте график уравнения $(y - \sqrt{x})(y - 4) = 0$.

4. Решите уравнение

$$\sqrt{x+18} + 8\sqrt{x+2} + \sqrt{x+27-10\sqrt{x+2}} = 9.$$

Самостоятельная работа № 33

Квадратные уравнения. Решение неполных квадратных уравнений

1. Решите уравнение:

1) $x^2 + 10x = 0$; 2) $6x^2 - 30 = 0$; 3) $x^2 + 100 = 0$.

2. При каком значении параметра a число -3 является корнем уравнения $x^2 + ax - 21 = 0$?

3. Решите уравнение:

1) $(4x+3)^2 - 3(3-8x) = 0$; 3) $x^2 - 3|x| + 4x = 0$.
2) $x^2 - 5|x| = 0$;

4. При каких значениях параметра a корни уравнения $x^2 + (a^2 - 2a)x - 2a + 1 = 0$ являются противоположными числами?

Самостоятельная работа № 34

Формула корней квадратного уравнения

1. Решите уравнение:

1) $x^2 - 6x - 27 = 0$; 3) $x^2 - 12x + 40 = 0$.

2) $4x^2 - 2x - 5 = 0$;

2. Найдите три последовательных нечётных натуральных числа, если квадрат третьего из них на 24 меньше утроенного произведения первого и второго чисел.

3. Решите уравнение:

1) $|x^2 + 11x - 6| = 6$; 3) $x^2 + 2x + \frac{7}{x-6} = 48 + \frac{7}{x-6}$;

2) $x|x| + 5x - 4 = 0$; 4) $(\sqrt{x} - 7)(24x^2 - 14x - 3) = 0$.

4. При каких значениях параметра c имеет единственный корень уравнение:

1) $16x^2 + cx + 4 = 0$; 2) $(c+1)x^2 + (2c+2)x - 5 = 0$.

Самостоятельная работа № 35

Теорема Виета

1. Не решая уравнение, найдите сумму и произведение его корней:

1) $x^2 + 7x - 137 = 0$; 2) $6x^2 - 17x - 55 = 0$.

2. Составьте квадратное уравнение с целыми коэффициентами, корни которого равны:

1) $-\frac{1}{4}$ и 3; 2) $4 - \sqrt{17}$ и $4 + \sqrt{17}$.

3. Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 7x - 3 = 0$. Не решая уравнение, найдите значение выражения:

1) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; 2) $x_1^2 + x_2^2$.

4. Составьте квадратное уравнение, корни которого на 4 меньше соответствующих корней уравнения $x^2 - 4x - 10 = 0$.

5. При каких значениях параметра a произведение корней уравнения $x^2 + (a - 5)x + a^2 - 3a = 0$ равно 4?

Самостоятельная работа № 36

Квадратный трёхчлен

1. Разложите на множители квадратный трёхчлен:

1) $-x^2 - 6x + 7$; 2) $18x^2 - 3x - 1$.

2. Сократите дробь:

1) $\frac{x^2 - 8x + 7}{x - 7}$; 2) $\frac{25a^2 + 10a + 1}{5a^2 - 9a - 2}$.

3. Упростите выражение $\frac{17 + 8y}{y + 4} + \frac{5y^2 - 5}{2y^2 + 7y - 4} \cdot \frac{1 - 2y}{y - 1}$.

4. Решите неравенство:

1) $4x^2 - 5x + 3 < 0$; 2) $(\sqrt{x} - 3)(x^2 - 2x + 7) \geq 0$.

5. При каком значении параметра a разложение на линейные множители трёхчлена $-5x^2 + ax + 8$ содержит множитель $x - 2$?

6. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых $(x; y)$ удовлетворяют равенству $15x^2 - 8xy + y^2 = 0$.

Самостоятельная работа № 37

Решение уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям

1. Решите уравнение:

1) $\frac{x^2 - x}{x^2 - 9} = \frac{7x - 15}{x^2 - 9}$; 3) $\frac{x + 3}{x - 4} - \frac{2}{x - 3} = \frac{8x - 22}{(x - 4)(x - 3)}$.

2) $\frac{4x + 5}{x + 2} = \frac{2x - 7}{3x - 6}$;

2. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\frac{x^2 - 4x + 3}{x - a} = 0$.

3. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{x^2 - (a + 1)x + 3a - 6}{\sqrt{x} - 2} = 0$ имеет единственное решение?

Самостоятельная работа № 38**Решение уравнений методом замены переменной**

1. Решите уравнение:

$$1) x^4 + 12x^2 - 64 = 0; \quad 2) (x + 7)^4 - 17(x + 7)^2 + 16 = 0.$$

2. Решите уравнение $(x^2 + 3x - 1)^2 - 12x^2 - 36x + 39 = 0$.

3. Решите уравнение $\frac{2}{(x-1)(x+5)} - \frac{1}{x(x+4)} = \frac{1}{12}$.

4. Решите уравнение $5\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 16$.

Самостоятельная работа № 39**Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций**

1. Автобус должен был проехать 280 км. Проехав $\frac{3}{7}$ этого расстояния, автобус увеличил свою скорость на 20 км/ч. Найдите скорость автобуса на каждом участке движения, если на весь путь было затрачено 4 ч.
2. Два маляра покрасили кабинет математики за 4 ч. За сколько часов может покрасить кабинет каждый маляр самостоятельно, если одному из них для этого требуется на 6 ч меньше, чем другому?
3. Водный раствор соли содержал 70 г воды. После того как в раствор добавили 200 г воды, концентрация соли уменьшилась на 20 %. Сколько граммов соли содержит раствор?

Самостоятельная работа № 40**Деление многочленов**

1. Докажите, что многочлен $x^3 - x^2 - 7x + 3$ делится нацело на многочлен $x^2 + 2x - 1$.
2. Докажите, что многочлен $x^3 + 3x^2 - 5$ не делится нацело на многочлен $x - 1$.
3. Выделите целую часть из рациональной дроби $\frac{4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 3x + 5}{x^2 - x + 4}$.

Самостоятельная работа № 41**Корни многочлена. Теорема Безу.
Целое рациональное уравнение**

1. Найдите остаток от деления многочлена $x^3 + 4x^2 - 3x + 7$ на двучлен $x - 2$.
2. Докажите, что многочлен, тождественно равный выражению $(x + 2)^n + (x + 1)^{2n} - 1$, где $n \in \mathbb{N}$, делится нацело на многочлен $x^2 + 3x + 2$.
3. При каких значениях параметра a многочлен $x^3 + ax^2 + 2x - 9$ при делении на двучлен $x - 3$ даёт в остатке 6?
4. Решите уравнение $2x^4 - 5x^3 + 5x - 2 = 0$.

Самостоятельная работа № 1

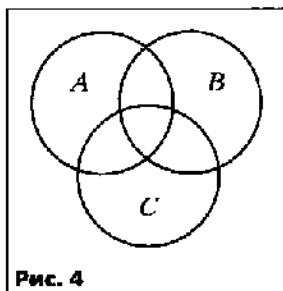
Множество. Подмножества данного множества

- Дана функция $f(x) = 5 + |x|$. Какие из следующих утверждений являются верными:
 1) $3 \notin E(f)$; 3) $6 \notin E(f)$;
 2) $6 \in D(f)$; 4) $3 \in D(f)$?
- Запишите все собственные подмножества множества натуральных делителей числа 21.
- Изобразите с помощью диаграммы Эйлера соотношение между множествами A , B и C , если: $A = \{2, 6, 7\}$, $B = \{6\}$, $C = \{3, 4, 6\}$.

Самостоятельная работа № 2

Операции над множествами

- Пусть A и B — множества цифр, используемых соответственно для записи чисел 6919 и 791. Найдите:
 1) $A \cap B$; 2) $A \cup B$; 3) $A \setminus B$.
- Даны множества $A = \{x \mid x \in \mathbf{Z}, -3 < x \leq 1\}$ и $B = \{x \mid x \in \mathbf{Z}, x \geq -2\}$.
 Задайте перечислением элементов множество:
 1) $A \cap B$; 2) $A \setminus B$.
- На диаграмме Эйлера (рис. 4) изображены множества A , B и C . Заштрихуйте множество:
 1) $(C \cup B) \cap A$; 2) $(A \cup C) \setminus B$.



Самостоятельная работа № 3

Формулы включения-исключения.

Взаимно однозначное соответствие

- Докажите, что количество трёхзначных чисел равно количеству пятизначных чисел, в записи которых первая и

четвёртая цифры (считая слева направо) соответственно равны 5 и 9.

2. У каждого из 25 учащихся класса есть брат или сестра. У 17 учащихся есть брат, а у 13 учащихся — сестра. У скольких учеников этого класса есть и брат, и сестра?

Самостоятельная работа № 4

Равно мощные множества. Счётные множества

1. Докажите, что множество чисел вида 6^{3n-2} ($n \in \mathbb{N}$) счётно.
 2. На координатной плоскости отметили точки $A(-4; 0)$, $B(0; 1)$, $C(-3; 0)$, $D(0; 9)$. Докажите, что множества точек отрезков AC и BD равно мощны.

Самостоятельная работа № 5

Рациональные дроби

1. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

1) $\frac{b-3}{b+11}$; 2) $\frac{3}{|x|-5}$; 3) $\frac{b}{b+2} - \frac{2}{b-4}$; 4) $\frac{3}{4 - \frac{4}{x}}$?

2. Запишите рациональную дробь, содержащую переменную x , допустимыми значениями которой являются все числа, кроме 5, 6 и -2 .
 3. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной s значение дроби:

1) $\frac{16d - d^2 - 65}{d^2 + 4d + 4}$ отрицательное;

2) $\frac{d^2 - 12d + 36}{d^{10} + 1}$ неотрицательное.

4. Известно, что $12x - 3y = 4$. Найдите значение выражения:

1) $\frac{3}{8x - 2y}$;

2) $\frac{24}{y^2 - 8xy + 16x^2}$.

Самостоятельная работа № 6**Основное свойство рациональной дроби**

1. Сократите дробь:

1) $\frac{8x^2 - 2x}{3 - 12x}$;

4) $\frac{b^3 - 64}{5b - 20}$;

2) $\frac{n^2 - 36}{n^2 + 12n + 36}$;

5) $\frac{hx + by - 4x - 4y}{b^2 - 16}$;

3) $\frac{y^7 - y^5}{y^2 - y^4}$;

6) $\frac{(8d - 2c)^2}{c - 2d}$.

2. Запишите в виде дробей с одинаковыми знаменателями дроби:

1) $\frac{2}{3cd^2}$ и $\frac{1}{9d^6}$;

2) $\frac{3c}{4c + d}$ и $\frac{2d}{c - 2d}$;

3) $\frac{5d}{3c + d}$, $\frac{1}{9c^2 - d^2}$ и $\frac{2}{9c^2 + 6cd + d^2}$.

3. Постройте график функции $y = \frac{x^2 + 6x + 9}{x + 3}$.4. Решите уравнение $\frac{x^2 - 36}{x - 6} = 12$.**Самостоятельная работа № 7****Сложение и вычитание рациональных дробей с одинаковыми знаменателями**

1. Представьте в виде дроби выражение:

1) $\frac{4x + 7y}{xy} - \frac{4x - 5y}{xy}$;

3) $\frac{x^2 + 5x}{16 - x^2} - \frac{13x - 16}{16 - x^2}$.

2) $\frac{3x}{x^2 - 81} + \frac{27}{x^2 - 81}$;

2. Упростите выражение:

1) $\frac{x^3 - 68}{4 - x} - \frac{4}{x - 4}$;

2) $\frac{17 - 6x}{(x - 3)^2} - \frac{8 - x^2}{(3 - x)^2}$.

3. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной значение выражения $\frac{7x-5}{(x-2)^3} + \frac{x-3}{(2-x)^3} - \frac{10}{(x-2)^3}$ принимает положительные значения.

4. Найдите все натуральные значения n , при которых является целым числом значение выражения:

1) $\frac{16n-3}{4n-5}$;

2) $\frac{2n^2+6n-13}{n+5}$.

Самостоятельная работа № 8

Сложение и вычитание рациональных дробей с разными знаменателями

1. Представьте в виде дроби выражение:

1) $\frac{5}{8cd} - \frac{3}{12cd}$;

3) $4 - \frac{9a+4b}{h}$;

2) $\frac{3a-7b}{a} + \frac{5a^2+7b^2}{ab}$;

4) $\frac{x^2+y^2}{3x-y} + 3x+y$.

2. Выполните действия:

1) $\frac{5y}{2y-10} + \frac{3y}{15-3y}$;

2) $\frac{5x}{5x+y} - \frac{25x^2}{25x^2+10xy+y^2}$;

3) $\frac{8}{x^2-49} - \frac{4}{x^2+7x}$.

3. Упростите выражение $\frac{x+8}{x^2+4x+16} - \frac{1}{x-4} + \frac{x^3-16}{x^2-64}$.

4. Докажите тождество:

$$\frac{1}{x(x-4)} + \frac{1}{(x-4)(x-8)} + \frac{1}{(x-8)(x-12)} + \frac{1}{(x-12)(x-16)} =$$

$$= \frac{4}{x(x-16)}.$$

Самостоятельная работа № 9**Умножение и деление рациональных дробей.
Возведение рациональной дроби в степень**

1. Выполните умножение:

1) $\frac{x^5y}{30z} \cdot \left(-\frac{5z}{xy^2}\right)$; 3) $\frac{x^{n-3}y^{3n+4}}{z^{n+4}} \cdot \frac{z^{2n+4}}{x^ny^{3n+2}}$.

2) $28y^8 \cdot \frac{5x^4}{4y^3}$;

2. Выполните возведение в степень:

1) $\left(-\frac{2x^3}{5y}\right)^4$; 2) $\left(-\frac{3x^4y^2}{4a^3b}\right)^3$.

3. Выполните деление:

1) $\frac{17x^3y^5}{12a^4b^2} : \left(-\frac{51xy^4}{28a^2b^3}\right)$; 2) $\frac{56a^3b^3}{11c^2} : (14a^8b^2)$.

4. Упростите выражение:

1) $\frac{5x^2 + 10x + 5}{x^3 - 27} \cdot \frac{4x^2 + 12x + 36}{15x + 15}$;

2) $\frac{x^2 - 49y^2}{25x^2 - 9y^2} : \frac{x^2 + 14xy + 49y^2}{25x^2 - 30xy + 9y^2}$;

3) $\frac{(x^n - 4y^n)^2 + 16x^ny^n}{x^2 - y^2} ; \frac{x^{2n} - 16y^{2n}}{x + y}$.

5. Известно, что $4x - \frac{1}{x} = 2$. Найдите значение выражения $16x^2 + \frac{1}{x^2}$.**Самостоятельная работа № 10****Тождественные преобразования рациональных
выражений**

1. Упростите выражение:

1) $\left(\frac{x+4}{x-4} - \frac{x-4}{x+4}\right) : \frac{16x^3}{16-x^2}$; 3) $\frac{a - \frac{10a-25}{a}}{\frac{5}{a} - 1}$.

2) $\frac{3y}{y-1} - \frac{y+3}{5y-5} \cdot \frac{15}{y^2+3y}$;

2. Докажите тождество:

$$\left(\frac{1}{(x-4)^2} + \frac{2}{x^2-16} + \frac{1}{(x+4)^2} \right) : \frac{8x^3}{(x^2-16)^2} = \frac{1}{2x}.$$

3. Докажите, что при всех допустимых значениях x значение выражения

$$\left(\frac{1}{x-3} - \frac{27}{x^3-27} - \frac{9}{x^2+3x+9} \right) \cdot \left(2x + \frac{12x+18}{x-3} \right)$$

не зависит от значения x .

Самостоятельная работа № 11

Равносильные уравнения. Уравнение-следствие.

Рациональные уравнения

1. Равносильны ли уравнения:

1) $x^6 = -19$ и $|x| = -5$;

2) $x + 5 = 5 + x$ и $\frac{x^2 + 7}{x^2 + 7} = 1$;

3) $\frac{x^2 - 64}{x + 8} = 0$ и $x^2 = 64$;

4) $\frac{(x+7)^2}{x-3} = 0$ и $x+7 = 0$?

2. Какое из уравнений является следствием другого:

1) $(x+6)(x-2) = 0$ и $x+6 = 0$;

2) $x^2 - 100 = 0$ и $\frac{x^2}{x+10} = \frac{100}{x+10}$?

3. Решите уравнение:

1) $\frac{4x-1}{x+3} - \frac{3x-2}{x-1} = 1$;

2) $\frac{x^2-12}{x^2-4} = \frac{x+3}{x+2} - \frac{2}{x-2}$;

3) $\frac{4}{x^2-6x} - \frac{x-4}{x^2+6x} - \frac{8}{x^2-36} = 0$.

Самостоятельная работа № 12**Рациональные уравнения с параметрами**

1. Для каждого значения параметра a решите уравнение:

$$1) \frac{x-a}{x-5} = 0; \quad 2) \frac{(x+3)(x-7)}{x-a} = 0; \quad 3) \frac{x+2a}{x-6} = a+3.$$

2. При каких значениях параметра a уравнения $(a+1)(x-2) = 0$ и $a^2 + x = 2 - a$ равносильны?

Самостоятельная работа № 13**Степень с целым отрицательным показателем**

1. Найдите значение выражения:

$$1) 5^{-1} + 10^{-2}; \quad 2) \left(\frac{4}{5}\right)^{-2} + 8^{-1} - (-4,7)^0; \quad 3) \left(\frac{7}{5}\right)^{-2} \cdot 5^{-3}.$$

2. Преобразуйте выражение так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными и нулевыми показателями:

$$1) \frac{4 \cdot 9^0 a^{-8} b^{-10} c^0}{8^{-3} x^{-5} y^{-18} z^{-6}}; \quad 2) (5c-d)^{-2} : (5d^{-1} - c^{-1})^{-1}.$$

3. Запишите число в стандартном виде и укажите порядок числа:

$$1) 18; \quad 2) 0,0057; \quad 3) 440 \cdot 10^4; \quad 4) 57 \cdot 10^{-3}.$$

4. Сравните:

$$1) 6,8 \cdot 10^{-7} \text{ и } 7,2 \cdot 10^{-8}; \\ 2) 1,54 \cdot 10^8 \text{ и } 0,15 \cdot 10^9; \\ 3) 27,9 \cdot 10^{-12} \text{ и } 0,038 \cdot 10^{-10}.$$

5. Порядок некоторого натурального числа равен 8. Сколько цифр содержит десятичная запись этого числа?

Самостоятельная работа № 14**Свойства степени с целым показателем**

1. Представьте выражение в виде степени с основанием a или произведения степеней с разными основаниями:

$$1) x^{-9} \cdot x^{16}; \quad 3) (x^4 y^{-3} z^{-5})^{-4}; \\ 2) y^{-7} : y^{-11}; \quad 4) \left(\frac{x^7}{y^3}\right)^5 \cdot \left(\frac{x^{-6}}{y^{14}}\right)^{-2}.$$

2. Найдите значение выражения:

1) $(17^{-12})^4 \cdot (17^{-6})^{-8}$;

2) $\frac{(-64)^{-5} \cdot 4^{11}}{16^{-8} \cdot (-4)^9}$;

3) $\frac{22^6 \cdot 2^{-5}}{242^3 \cdot 11^{12}}$.

3. Выполните действия и приведите полученное выражение к виду, не содержащему степени с отрицательным показателем:

1) $7x^{-5} \cdot (-2x^3y^{-2})^{-2}$;

2) $\frac{23x^{-12}}{7y^{-8}} \cdot \frac{35y^4}{69x^{-20}}$;

3) $\left(\frac{9x^{-3}}{y^2}\right)^{-3} \cdot (27x^{-4}y^2)$.

4. Постройте график функции $y = (x - 3)\left(\frac{x - 3}{x - 1}\right)^{-1}$.

5. Упростите выражение:

1) $(x^{-4} + 3)(x^{-4} - 3) - (x^{-4} + 2)^2$;

2) $\frac{a^{-2} - 7b^{-6}}{2a^{-1}b^{-3} - 2b^{-6}} + \frac{3b^{-3}}{a^{-1} - b^{-3}}$.

Самостоятельная работа № 15

Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график1. Дана функция $y = \frac{35}{x}$. Найдите:

- значение функции, если значение аргумента равно -7 ;
- значение аргумента, при котором значение функции равно 5 .

2. Найдите значение k , при котором график функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку $A(-3; 10)$.3. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \frac{4}{x}$ и $y = x - 3$ и запишите координаты точек их пересечения.

4. Постройте график функции:

1) $y = \frac{4}{|x|}$;

2) $y = \begin{cases} -\frac{8}{x}, & \text{если } x \leq -1, \\ 2 - x, & \text{если } x > -1; \end{cases}$

3) $y = \frac{5x - 20}{x^2 - 4x}$.

5. Постройте график уравнения:

1) $(xy + 2)(y - 1) = 0$; 2) $\frac{xy + 2}{y - 1} = 0$.

Самостоятельная работа № 16**Делимость нацело и её свойства**

- Числа c и d таковы, что $c : 6$, $d : 9$. Докажите, что $(9c + 6d) : 54$.
- Числа a и b таковы, что значение каждого из выражений $a + 15$ и $b - 31$ кратно 23. Докажите, что значение выражения $a - b$ кратно 23.
- Решите в целых числах уравнение $2xy - 8x + y^2 - 4y = 13$.
- Докажите, что при любых нечётных натуральных значениях n значение выражения $1^n + 2^n + \dots + 18^n$ кратно 19.

Самостоятельная работа № 17**Деление с остатком. Сравнения по модулю и их свойства**

- Найдите неполное частное и остаток при делении числа m на число n :
1) $m = 3$, $n = 67$; 2) $m = -86$, $n = 18$.
- Число k при делении на 3 даёт в остатке 2, а при делении на 8 даёт в остатке 6. Найдите остаток при делении числа k на 24.
- Известно, что $x \equiv -6 \pmod{10}$, $y \equiv -2 \pmod{10}$. Найдите остаток при делении на 10 числа: 1) $3x - 7y$; 2) xy ; 3) x^2 .
- Решите в целых числах уравнение $y^2 - 20x = 6$.

- Докажите, что при любом натуральном значении n значение выражения $26^n + 15 \cdot 17^n - 2 \cdot 8^{n+1}$ кратно 9.
- Найдите остаток при делении числа 5^{47} на число 13.

Самостоятельная работа № 18

Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух натуральных чисел.

Взаимно простые числа

- Используя алгоритм Евклида, найдите НОД (2093; 2717).
- Докажите, что для любого $n \in \mathbb{N}$:
1) НОД (n ; $5n + 1$) = 1; 2) НОД ($2n$; $12n + 2$) = 2.
- Натуральные числа a и b таковы, что НОК (a ; b) = 49. Найдите a и b .
- Какие значения может принимать НОД (a ; b), если $a = 3n + 9$, $b = 3n + 14$, $n \in \mathbb{N}$?

Самостоятельная работа № 19

Признаки делимости

- Делится ли нацело число 43 752 на число: 1) 3; 2) 4; 3) 11?
- Вместо звёздочек подставьте такие цифры, чтобы число *62* делилось нацело на 99.
- Может ли натуральное число, запись которого состоит из цифр 2, 3, 7, 9 (каждая из цифр используется один раз), быть квадратом натурального числа?
- Решите уравнение $n = S(n) + 218$.

Самостоятельная работа № 20

Простые и составные числа

- Найдите все натуральные значения n , при которых числа n и $n + 17$ являются простыми.
- Найдите все натуральные значения n , при которых значение выражения $n^2 + 2n - 8$ является простым числом.
- Укажите все нечётные значения n , при которых значение выражения $12^n + 1$ является составным числом.
- Натуральное число n таково, что числа $n + 7$ и $n + 34$ делятся нацело на простое число p . Найдите число p .

Самостоятельная работа № 21**Числовые неравенства и их свойства**

1. Сравните числа k и p , если:
 1) $k = p + 0,3$; 2) $p = k - 5$.
2. Известно, что $x < y$. Сравните:
 1) $y - 2$ и $x - 2$; 2) $-12y$ и $-12x$; 3) $\frac{x}{11}$ и $\frac{y}{11}$.
3. Известно, что $x > y$. Сравните:
 1) $x + 3$ и y ; 3) $x + 1$ и $y - 4$;
 2) x и $y - 2$; 4) $x - 1$ и $y + 2$.
4. Сравните числа b и 0 , если:
 1) $7b > 5b$; 3) $-3b < 7b$;
 2) $\frac{b}{5} > \frac{b}{9}$; 4) $-\frac{b}{15} < -\frac{b}{45}$.
5. Дано: $m > 0$ и $n < 0$. Сравните:
 1) $m - n$ и 0 ; 3) $2m - 5n$ и n ;
 2) $n - m$ и $-n$; 4) $\frac{1}{m-7n}$ и $\frac{1}{n}$.
6. Известно, что $6 < n < 8$. Докажите, что:
 1) $-9 < 7 - 2n < -5$; 2) $\frac{1}{13} < \frac{1}{8n-11} < \frac{1}{7}$.

Самостоятельная работа № 22**Сложение и умножение числовых неравенств.
Оценивание значения выражения**

1. Верно ли утверждение:
 1) если $a > 2$ и $b > 12$, то $a - b > -10$;
 2) если $a > 2$ и $b > 10$, то $ab > 20$;
 3) если $a > 2$ и $b > 10$, то $4a + 3b > 37$;
 4) если $a < 2$ и $b < 10$, то $ab < 20$;
 5) если $a > 2$, то $a^2 > 4$;
 6) если $a < 2$, то $\frac{1}{a} < \frac{1}{2}$?
2. Дано: $-2 < a < 5$. Оцените значение выражения:
 1) $a - 8$; 3) $4a - 5$;
 2) $-3a$; 4) $8 - 2a$.

3. Дано: $1 < x < 9$ и $2 < y < 7$. Оцените значение выражения:

1) xy ; 2) $3x - 4y$; 3) $\frac{14x}{27y}$.

4. Оцените значение x , если:

1) $|y| + 6x = 18$; 2) $5|x| + |y| = 15$.

Самостоятельная работа № 23

Неравенства с одной переменной.

Числовые промежутки

1. Решите неравенство:

1) $8 - 9(x + 3) \geq 4 - 8x$;

2) $\frac{x+4}{4} - \frac{x-3}{6} < 2$;

3) $4x + (x-3)^2 \geq (x-5)(x+5) - 2x$.

2. Равносильны ли неравенства:

1) $(x+4)(x^2+8) > 0$ и $x+4 > 0$;

2) $(x+6)^2 > 0$ и $|x+6| > 0$;

3) $(x+7)x \geq x$ и $x+7 \geq 1$?

3. Найдите множество решений неравенства:

1) $\frac{x+7}{x+7} > \frac{4}{9}$; 2) $\frac{1}{|x-10|} > -1$; 3) $|x^2 - 25| \leq 0$.

4. При каких значениях параметра a неравенство $5x - a > 10$ является следствием неравенства $6a - x < 3$?

5. Для каждого значения параметра a решите неравенство:

1) $(a+4)^2 x \leq 0$; 2) $(a-5)x > a^2 - 25$.

Самостоятельная работа № 24

Системы и совокупности линейных неравенств

с одной переменной

1. Решите систему неравенств:

1) $\begin{cases} 7x - 3 \geq 5x - 9, \\ 4x + 11 \geq 11x - 3; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 0,2(x+3) \leq 0,4x+2, \\ 6x+9 > 4(x+1,25); \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{3x-5}{8} - \frac{3-x}{4} > \frac{1}{2}, \\ \frac{4x-1}{3} - \frac{2x-3}{6} < 1. \end{cases}$

2. Решите совокупность неравенств:

$$1) \begin{cases} 3 \leq x \leq 7, \\ x < 3; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x \leq 7, \\ x \geq 3. \end{cases}$$

3. Сколько целых решений имеет неравенство $-5 \leq 7x - 3 \leq 4$?

$$4. \text{ Решите систему неравенств: } \begin{cases} -3 < x < 4, \\ x \leq -1, \\ x < -5. \end{cases}$$

5. Решите неравенство:

$$1) (x + 3)^2(x - 4) \geq 0; \quad 2) |x + 3|(x - 4) < 0.$$

6. При каких значениях параметра a множество решений системы неравенств

$$\begin{cases} 5x - 4 > 0, \\ 4x - a \leq 5 \end{cases} \text{ содержит три целых числа?}$$

Самостоятельная работа № 25

Уравнения и неравенства, содержащие знак модуля

1. Решите уравнение:

$$1) |x - 7| = 1; \quad 2) |5x + 3| = |3x - 2|; \quad 3) |x + 3| = 2x + 7.$$

2. Решите неравенство:

$$1) |3x + 4| > 1; \quad 2) |7x - 1| < 2x - 5.$$

3. Постройте график функции $y = |x + 3| - |x - 1|$.

4. Решите уравнение $\frac{|x - 6|}{|x - 2| - 4} = 1$.

5. Определите количество корней уравнения $|2x + 1| = a - x$ в зависимости от значения параметра a .

Самостоятельная работа № 26

Функция $y = x^2$ и её график

1. Решите графически уравнение:

$$1) x^2 = 6x - 5; \quad 2) x^2 - x + 4 = 0.$$

2. Определите графически количество решений системы уравнений

$$\begin{cases} y = x^2, \\ y - 3x - 7 = 0. \end{cases}$$

3. Постройте график функции:

$$1) y = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \geq -1, \\ x + 2, & \text{если } x < -1; \end{cases} \quad 2) y = \frac{x^3 + x^2}{x + 1}.$$

4. Постройте график уравнения:

$$1) (y - x^2)(x - 2) = 0; \quad 2) (y - x^2)^2 + (x - 2)^2 = 0.$$

Самостоятельная работа № 27

Квадратные корни. Арифметический квадратный корень

1. Найдите значение выражения:

$$1) 2\sqrt{0,36} - \sqrt{6^2 + 8^2};$$

$$2) 32 \cdot \left(-\frac{1}{4}\sqrt{3}\right)^2 - \frac{1}{6} \cdot (2\sqrt{21})^2.$$

2. Решите уравнение:

$$1) \frac{1}{3}\sqrt{x} + 5 = 0; \quad 3) \frac{14}{\sqrt{x-1}} = 7;$$

$$2) \sqrt{2x} - 10 = 0; \quad 4) (x + 3)^2 = 11.$$

3. Найдите область определения функции:

$$1) y = \sqrt{x+7} + \sqrt{1-x}; \quad 2) y = \sqrt{|x|-6} + \frac{1}{\sqrt{x-7}}.$$

4. Постройте график функции $y = (\sqrt{x+1})^2 - 1$.

5. Решите неравенство:

$$1) \sqrt{x}(x-7) < 0; \quad 2) \sqrt{x}(x-7) \geq 0.$$

6. При каких значениях параметра a уравнение $(x-6)(\sqrt{x}-a) = 0$ имеет два корня?

Самостоятельная работа № 28

Множество действительных чисел

1. Верно ли утверждение:

$$1) -6,3 \in \mathbf{N}; \quad 3) \sqrt{10} \in \mathbf{R};$$

$$2) \sqrt{10} \notin \mathbf{Q}; \quad 4) \sqrt{64} \in \mathbf{Z}?$$

2. Сравните числа:

1) $\frac{4}{9}$ и 0,44; 3) $-5,(4\bar{3})$ и $-5,43$;

2) 4,(35) и 4,35; 4) 8,73... и 8,74... .

3. Найдите все рациональные числа m и n такие, что $(\sqrt{5} - 3)^2 = m + n\sqrt{5}$.

4. Докажите, что число $\sqrt{10}$ является иррациональным.

Самостоятельная работа № 29

Свойства арифметического квадратного корня

1. Найдите значение выражения:

1) $\sqrt{(-4,31)^2}$; 3) $\sqrt{2^4 \cdot 5^6}$; 5) $\frac{\sqrt{243}}{\sqrt{3}}$;

2) $\sqrt{1\frac{11}{25} \cdot \frac{4}{49}}$; 4) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{128}$; 6) $\sqrt{6,4 \cdot 2,5}$.

2. Упростите выражение:

1) $\sqrt{0,25x^{18}y^{22}}$, если $x \geq 0$, $y \leq 0$;

2) $\frac{x^2 - 16x + 64}{x + 2} \sqrt{\frac{x^2 + 4x + 4}{(x - 8)^2}}$, если $-2 < x < 8$.

3. При каких значениях x верно равенство:

1) $\sqrt{(x - 7)^2} = (\sqrt{7 - x})^2$;

2) $\sqrt{(x - 4)(x - 7)} = \sqrt{4 - x}\sqrt{7 - x}$?

4. Постройте график функции $y = \sqrt{x^2} - 3x + 1$, если $x \leq 0$.

5. Упростите выражение $\sqrt{a^2 - 2a + 8} - \sqrt{16a^2 - 8a + 1}$, если $a > \frac{1}{4}$.

Самостоятельная работа № 30

Тождественные преобразования выражений, содержащих арифметические квадратные корни

1. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $-2,5\sqrt{108}$; 2) $-3\sqrt{0,48}$; 3) $\frac{4}{5}\sqrt{4\frac{11}{16}}$.

2. Внесите множитель под знак корня:

1) $4\sqrt{3}$; 2) $-5\sqrt{3}$.

3. Упростите выражение $\sqrt{9a} + \sqrt{64a} - \sqrt{25a}$.

4. Упростите выражение:

1) $(5 - \sqrt{3})(2 + 4\sqrt{3})$;

2) $(4\sqrt{x} - 3\sqrt{y})(4\sqrt{x} + 3\sqrt{y})$;

3) $(3 - \sqrt{5})^2 + (2 + \sqrt{5})^2$;

4) $(\sqrt{11 - 2\sqrt{10}} - \sqrt{11 + 2\sqrt{10}})^2$.

5. Сократите дробь:

1) $\frac{a^2 - 23}{a - \sqrt{23}}$;

2) $\frac{x + 8\sqrt{x}}{x - 64}$;

3) $\frac{a + 12\sqrt{a} + 36}{a - 36}$.

6. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

1) $\frac{44}{3\sqrt{11}}$;

2) $\frac{12}{\sqrt{22} + \sqrt{10}}$.

Самостоятельная работа № 31

Тождественные преобразования выражений, содержащих арифметические квадратные корни

1. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt{11x^2}$, если $x \leq 0$;

3) $\sqrt{x^5y^{12}}$, если $y \neq 0$;

2) $\sqrt{-y^{23}}$;

4) $\sqrt{600x^{10}y^5}$, если $x < 0$.

2. Внесите множитель под знак корня:

1) $m\sqrt{7}$;

2) $b^9\sqrt{-b}$;

3) $(y - 5)\sqrt{\frac{1}{15 - 3y}}$.

3. Упростите выражение:

1) $\frac{x + y}{\sqrt{xy} + y} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$;

2) $\left(\frac{\sqrt{x} - 6}{\sqrt{x} + 6} + \frac{24\sqrt{x}}{x - 36}\right) : \frac{\sqrt{x} + 6}{6\sqrt{x} - x}$.

4. Известно, что $\sqrt{x - 3} + \sqrt{5 - x} = 2$. Найдите значение выражения $\sqrt{(x + 3)(5 - x)}$.

5. Упростите выражение:

$$1) \sqrt{23 + 8\sqrt{7}}; \quad 2) \sqrt{a + 8\sqrt{a - 16}}.$$

Самостоятельная работа № 32

Функция $y = \sqrt{x}$ и её график

1. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = 4x - 3$ и определите координаты точки их пересечения.
2. Решите неравенство:
 - 1) $\sqrt{3x + 2} < 1$; 2) $\sqrt{4x - 1} < \sqrt{x + 5}$.
3. Постройте график уравнения $(y - \sqrt{x})(y - 2) = 0$.
4. Решите уравнение $\sqrt{x + 1 + 4\sqrt{x - 3}} - \sqrt{x - 2 - 2\sqrt{x - 3}} = 3$.

Самостоятельная работа № 33

Квадратные уравнения. Решение неполных квадратных уравнений

1. Решите уравнение:
 - 1) $x^2 + 15x = 0$; 2) $8x^2 - 40 = 0$; 3) $x^2 + 81 = 0$.
2. При каком значении параметра a число 4 является корнем уравнения $x^2 - ax - 28 = 0$?
3. Решите уравнение:
 - 1) $(5x - 3)^2 - 3(3 + 4x) = 0$; 3) $x^2 + 3|x| - 8x = 0$.
 - 2) $x^2 - 7|x| = 0$;
4. При каких значениях параметра a корни уравнения $x^2 + (a^2 + 3a)x - 2 - 3a = 0$ являются противоположными числами?

Самостоятельная работа № 34

Формула корней квадратного уравнения

1. Решите уравнение:
 - 1) $x^2 - 9x + 20 = 0$; 3) $x^2 - 6x + 13 = 0$.
 - 2) $2x^2 + x - 5 = 0$;

2. Найдите три последовательных натуральных числа, если утроенный квадрат первого из них на 33 больше произведения второго и третьего чисел.
3. Решите уравнение:
- 1) $|x^2 + 7x - 4| = 4$;
 - 2) $x|x| + 9x - 8 = 0$;
 - 3) $x^2 - 10x + \frac{2}{x-3} = \frac{2}{x-3} - 21$;
 - 4) $(\sqrt{x} - 5)(16x^2 - 22x - 3) = 0$.
4. При каких значениях параметра a имеет единственный корень уравнение:
- 1) $3x^2 + ax + 27 = 0$;
 - 2) $(a - 3)x^2 + (2a - 6)x + 2 = 0$.

Самостоятельная работа № 35

Теорема Виета

1. Не решая уравнение, найдите сумму и произведение его корней:
 - 1) $x^2 + 11x - 31 = 0$;
 - 2) $5x^2 - 3x - 18 = 0$.
2. Составьте квадратное уравнение с целыми коэффициентами, корни которого равны:
 - 1) $-\frac{2}{3}$ и 4;
 - 2) $4 - \sqrt{5}$ и $4 + \sqrt{5}$.
3. Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 5x - 7 = 0$. Не решая уравнение, найдите значение выражения:
 - 1) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$;
 - 2) $x_1^2 + x_2^2$.
4. Составьте квадратное уравнение, корни которого на 3 больше соответствующих корней уравнения $x^2 - 6x - 2 = 0$.
5. При каких значениях параметра a произведение корней уравнения $x^2 - (a - 3)x + a^2 + a = 0$ равно 2?

Самостоятельная работа № 36

Квадратный трёхчлен

1. Разложите на множители квадратный трёхчлен:
 - 1) $-x^2 + 4x + 12$;
 - 2) $2a^2 + 9a - 18$.

2. Сократите дробь:

$$1) \frac{x^2 - x - 12}{x + 3}; \quad 2) \frac{4x^2 + 28x + 49}{2x^2 + 5x - 7}.$$

3. Упростите выражение $\frac{5a^2 - 20}{5a^2 - 22a + 8} \cdot \frac{4 - a}{a - 2} - \frac{12}{2 - 5a}$.

4. Решите неравенство:

$$1) 5x^2 - 3x + 4 > 0; \quad 2) (\sqrt{x} - 4)(x^2 - 4x + 9) \geq 0.$$

5. При каком значении параметра a разложение на линейные множители трёхчлена $-2x^2 + ax - 10$ содержит множитель $x + 5$?

6. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых $(x; y)$ удовлетворяют равенству $14x^2 + 9xy + y^2 = 0$.

Самостоятельная работа № 37

Решение уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям

1. Решите уравнение:

$$1) \frac{3x^2 - 5x}{x^2 - 16} = \frac{3x + 16}{x^2 - 16}; \quad 3) \frac{x - 3}{x - 4} - \frac{2}{x + 3} = \frac{3x - 5}{(x - 4)(x + 3)}.$$

$$2) \frac{2x + 5}{x + 1} = \frac{4x + 7}{x + 3};$$

2. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\frac{x^2 - 6x + 8}{x - a} = 0$.

3. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{x^2 - (a + 4)x + 5a - 5}{\sqrt{x - 4}} = 0$ имеет единственное решение?

Самостоятельная работа № 38

Решение уравнений методом замены переменной

1. Решите уравнение:

$$1) x^4 - 13x^2 - 48 = 0;$$

$$2) (x + 3)^4 - 26(x + 3)^2 + 25 = 0.$$

- Решите уравнение $(x^2 - 2x + 3)^2 - 17x^2 + 34x + 15 = 0$.
- Решите уравнение $\frac{1}{(x-2)(x+4)} + \frac{3}{x(x+2)} = \frac{4}{5}$.
- Решите уравнение $4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 14$.

Самостоятельная работа № 39

Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций

- Автомобиль должен был проехать 420 км. Проехав $\frac{4}{7}$ этого расстояния, автомобиль увеличил свою скорость на 10 км/ч. Найдите скорость автомобиля на каждом участке движения, если на весь путь было затрачено 5 ч.
- Две бригады, работая вместе, отремонтировали участок дороги за 20 ч. За сколько часов может выполнить этот ремонт каждая бригада самостоятельно, если одной бригаде на это требуется на 9 ч больше, чем другой?
- Водный раствор соли содержал 5 г воды. После того как в раствор добавили 15 г воды, концентрация соли уменьшилась на 30%. Сколько граммов соли содержит раствор?

Самостоятельная работа № 40

Деление многочленов

- Докажите, что многочлен $x^3 + x^2 - 7x - 10$ делится нацело на многочлен $x^2 - x - 5$.
- Докажите, что многочлен $x^3 - 4x - 8$ не делится нацело на многочлен $x + 2$.
- Выделите целую часть из рациональной дроби $\frac{2x^4 + x^3 - 8x^2 + x - 2}{x^2 + x + 3}$.

Самостоятельная работа № 41**Корни многочлена. Теорема Безу.****Целое рациональное уравнение**

1. Найдите остаток от деления многочлена $x^3 + 6x^2 - 2x + 9$ на двучлен $x + 2$.
2. Докажите, что многочлен, тождественно равный выражению $(x + 3)^{2n} + (x + 2)^{2n} - 1$, где $n \in \mathbb{N}$, делится нацело на многочлен $x^2 + 5x + 6$.
3. При каких значениях параметра a многочлен $x^3 + ax^2 - 4x + 6$ при делении на двучлен $x + 3$ даёт в остатке 9?
4. Решите уравнение $2x^4 - 7x^3 + x^2 + 7x - 3 = 0$.

Вариант 1

Контрольная работа № 1

Тема. Множества и операции над ними

1. Задайте с помощью перечисления элементов множество $A = \{x \mid x \in \mathbf{Z}, (x - 2)(x + 3,5)(x + 7) = 0\}$.
2. Запишите все подмножества множества делителей числа 7.
3. Какие из приведённых утверждений являются верными:
 - 1) $\{7\} \subset \{1, 7\}$;
 - 2) $1 \subset \{1, 7\}$;
 - 3) $\{\emptyset\} \subset \{1, 7\}$;
 - 4) $\emptyset \subset \{1, 7\}$?
4. Какие из приведённых утверждений являются верными:
 - 1) $\{7, 9\} \cap \{9\} = \{9\}$;
 - 2) $\{7, 9\} \cap \{9\} = \{7, 9\}$;
 - 3) $\{7, 9\} \cap \emptyset = \{7, 9\}$;
 - 4) $\{7, 9\} \cup \emptyset = \{7, 9\}$;
 - 5) $\{7, 9\} \cup \{9\} = \{7, 9\}$;
 - 6) $\{7, 9\} \setminus \{7\} = \{9\}$?
5. На фирме работает 29 человек. Из них 15 человек знают немецкий язык, 21 — английский и 8 человек знают оба языка. Сколько работников фирмы не знают ни одного из этих языков?
6. Докажите, что множества $A = \{x \mid x = 8k - 3, k \in \mathbf{Z}\}$ и $B = \{x \mid x = 8n + 5, n \in \mathbf{Z}\}$ равны.
7. Докажите, что множество чисел вида $\frac{1}{2n}$, где $n \in \mathbf{N}$, счётно.
8. Множество A содержит 25 элементов. Каких подмножеств этого множества больше: с чётным количеством элементов или с нечётным количеством элементов?

Контрольная работа № 2**Основное свойство рациональной дроби.****Сложение и вычитание рациональных дробей**

1. Найдите область определения выражения:

$$1) \frac{2-x}{x-8} + \frac{25}{x+11}; \quad 2) \frac{17}{|x|-10}.$$

2. Сократите дробь:

$$1) \frac{18a^9b^7}{12a^{11}b^5};$$

$$2) \frac{m^2 + 10m + 25}{25 - m^2};$$

$$3) \frac{x^3 - 27}{x^2 - 5xy - 3x + 15y}.$$

3. Выполните действия:

$$1) \frac{x-28}{4x^3} - \frac{5-7x}{x^4};$$

$$2) 4y - \frac{32y}{3y+8};$$

$$3) \frac{a+6}{a-6} + \frac{a^2+36}{a^2-12a+36}.$$

4. Упростите выражение $\frac{a+6}{4a+8} + \frac{a+2}{8-4a} + \frac{2a}{a^2-4}$.

5. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x-2}$.

6. Известно, что $\frac{x-4y}{y} = 2$. Найдите значение выражения $\frac{x^2 - 6y^2}{x^2 - 5xy}$.

7. Найдите все натуральные значения n , при которых является целым числом значение выражения:

$$1) \frac{7n+8}{n}; \quad 2) \frac{n+3}{n-4}.$$

8. Упростите выражение $\frac{1}{1-2x} + \frac{1}{1+2x} + \frac{2}{1+4x^2} + \frac{4}{1+16x^4}$.

Контрольная работа № 3**Умножение и деление рациональных дробей.
Тождественные преобразования рациональных
выражений****1. Выполните действия:**

1) $\frac{56x^3y^4}{z^5} \cdot \left(-\frac{z^4}{16x^2y^6}\right);$

2) $\frac{72a^7}{c^{10}} : (24a^3c^8);$

3) $\frac{6x-30}{x+8} : \frac{x^2-25}{2x+16};$

4) $\frac{5x-10}{x^2+14x+49} \cdot \frac{4x+28}{x-2}.$

2. Представьте в виде дроби выражение:

1) $\left(\frac{2a}{5b}\right)^4;$

2) $\left(-\frac{5m^4}{6n^6}\right)^3.$

3. Упростите выражение: $\left(\frac{x^5}{4y^6}\right)^4 : \left(-\frac{x^6}{8y^5}\right)^3.$ **4. Упростите выражение:**

1) $\frac{x^3-64}{x^2+14x+49} \cdot \frac{x^2-49}{x^2+4x+16} - \frac{77-11x}{x+7};$

2) $\left(\frac{a-1}{a+1} - \frac{a+1}{a-1}\right) : \frac{2a}{1-a^2}.$

5. Докажите тождество

$$\left(\frac{b^3}{b^2-8b+16} - \frac{b^2}{b-4}\right) : \left(\frac{b^2}{b^2-16} - \frac{b}{b-4}\right) = \frac{b^2+4b}{4-b}.$$

6. Известно, что $9x^2 + \frac{25}{x^2} = 226$. Найдите значение выражения $3x - \frac{5}{x}$.

Контрольная работа № 4

**Равносильные уравнения. Рациональные уравнения.
Степень с целым отрицательным показателем.**

Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график

1. Решите уравнение:

$$1) \frac{14}{x^2 - 49} + \frac{x}{x + 7} = 1;$$

$$2) \frac{x}{x + 9} - \frac{81}{x^2 + 9x} = 0.$$

2. Катер проплыл 18 км по течению реки и вернулся обратно, потратив на путь по течению на 48 мин меньше, чем на путь против течения. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

3. Запишите в стандартном виде число:

$$1) 126\,000; \quad 2) 0,0035.$$

4. Представьте в виде степени с основанием a выражение:

$$1) a^7 \cdot a^{-6}; \quad 2) a^{-10} : a^{-13}; \quad 3) (a^9)^{-2} \cdot a^{20}.$$

5. Найдите значение выражения:

$$1) 6^{-2} - \left(\frac{12}{5}\right)^{-1};$$

$$2) \frac{7^{-8} \cdot 7^{-9}}{7^{-16}};$$

$$3) \frac{16^{-5} \cdot (-64)^{-3}}{256^{-4}}.$$

6. Упростите выражение $\frac{a^{-1} + 6}{a^{-2} - 10a^{-1} + 25} : \frac{a^{-2} - 36}{5a^{-1} - 25} - \frac{5}{a^{-1} - 6}$.

7. Решите графически уравнение $\frac{8}{x} = x - 7$.

8. Для каждого значения параметра a решите уравнение:

$$1) \frac{x + 6a}{x - 3} = 0;$$

$$2) \frac{ax - 2}{x - 1} = a + 1.$$

Контрольная работа № 5**Основы теории делимости**

1. **Натуральные числа a и b таковы, что каждое из чисел $a + 12$ и $b - 11$ кратно 23. Докажите, что число $a - b$ также кратно 23.**
2. **Известно, что число n при делении на 9 даёт остаток 4. Какой остаток при делении на 9 даёт число $5n$?**
3. **Вместо звёздочки подставьте такую цифру, чтобы число $831*4$ делилось нацело на 36.**
4. **Решите в натуральных числах уравнение $x^2 - 3y = 29$.**
5. **Какой остаток при делении на 6 даёт число 5^{35} ?**
6. **Найдите все натуральные значения n , при которых значение выражения $18^n - 1$ является простым числом.**
7. **Докажите, что при всех натуральных значениях n значение выражения $5 \cdot 7^{2n+1} + 13 \cdot 25^n$ кратно 24.**
8. **Чему может быть равным НОД (a ; b), если $a = 10n + 5$, $b = 15n + 9$?**

Контрольная работа № 6**Неравенства**

1. Дано: $2 < a < 7$ и $3 < b < 4$. Оцените значение выражения:

1) $3a - 4b$;

2) $\frac{a}{b}$;

3) $\frac{2}{3a - 4}$.

2. Найдите множество решений неравенства:

1) $3x - 5(6 - x) \geq 6 + 7(x - 4)$;

2) $(x - 9)(x + 3) \leq 9 + (x - 3)^2$;

3) $\frac{x + 4}{4} - \frac{x - 3}{7} < \frac{x + 8}{14}$.

3. Решите систему неравенств $\begin{cases} 6x - 8 > -3(x - 2), \\ 4(x + 5) \geq 9x - 7. \end{cases}$

4. Решите неравенство:

1) $|x^2 - 64| > 0$;

2) $|4x - 12| \leq 8$;

3) $|7x - 5| \geq 3x + 1$.

5. Постройте график функции $y = |2x - 4| + x$.

6. Решите уравнение $|x - 1| + |x + 7| = 8$.

7. Для каждого значения параметра a решите неравенство $(a - 9)^2 x \leq a^2 - 81$.

Контрольная работа № 7**Квадратные корни. Действительные числа**

1. Решите графически уравнение $x^2 + 3x + 2 = 0$.
2. Упростите выражение:
 - 1) $7\sqrt{2} - 3\sqrt{8} + 4\sqrt{18}$;
 - 2) $\frac{a - 2\sqrt{3a} + 3}{a - 3}$.
3. Сравните числа $7\sqrt{2}$ и $6\sqrt{3}$.
4. Вынесите множитель из-под знака корня:
 - 1) $\sqrt{5b^2}$, если $b \leq 0$;
 - 2) $\sqrt{-a^5}$;
 - 3) $\sqrt{-a^3b^6}$, если $b > 0$.
5. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:
 - 1) $\frac{3}{2\sqrt{6}}$;
 - 2) $\frac{10}{\sqrt{14} - 2}$.
6. Внесите множитель под знак корня:
 - 1) $ab\sqrt{-a}$, если $b > 0$;
 - 2) $(3 - x)\sqrt{\frac{1}{x^2 - 6x + 9}}$.
7. Упростите выражение
$$\left(\frac{\sqrt{b}}{b-9} - \frac{\sqrt{b}}{b-6\sqrt{b}+9}\right) \cdot \frac{(3-\sqrt{b})^2}{2\sqrt{b}} + \frac{3}{\sqrt{b}+3}$$
8. Найдите область определения функции
$$y = \sqrt{8-x} + \frac{x-4}{2-\sqrt{x}}$$
9. Для каждого значения параметра a решите уравнение
$$(x-7)\sqrt{x-28a} = 0$$
.

Контрольная работа № 8**Квадратные уравнения. Теорема Виета**

1. Решите уравнение:

1) $7x^2 - 21 = 0$;

2) $5x^2 + 9x = 0$;

3) $x^2 + x - 42 = 0$;

4) $7x^2 - 2x - 9 = 0$;

5) $2x^2 - 8x + 11 = 0$;

6) $16x^2 - 8x + 1 = 0$.

2. Диагональ прямоугольника на 8 см больше одной из его сторон и на 4 см больше другой. Найдите стороны прямоугольника.

3. Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + 12x + 6 = 0$. Не решая уравнения, найдите значение выражения $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1$.

4. Составьте уравнение, корни которого на 3 больше корней уравнения $x^2 - 5x + 3 = 0$.

5. Решите уравнение $|x^2 + 3x - 5| = 2x + 1$.

6. При каких значениях параметра a произведение корней уравнения $x^2 + (a - 1)x + a^2 + 3a = 0$ равно 4?

Контрольная работа № 9

Квадратный трёхчлен. Решение уравнений, сводящихся к квадратным. Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций. Деление многочленов

1. Сократите дробь $\frac{3a^2 - 5a - 2}{a^2 - 5a + 6}$.
2. Решите уравнение $\frac{6}{x^2 - 36} - \frac{3}{x^2 - 6x} + \frac{x - 12}{x^2 + 6x} = 0$.
3. Пассажирский поезд проходит расстояние, равное 120 км, на 1 ч быстрее, чем товарный. Найдите скорость каждого поезда, если скорость товарного поезда на 20 км/ч меньше скорости пассажирского.
4. Решите уравнение:
 - 1) $x^4 - 24x^2 - 25 = 0$;
 - 2) $(x - 1)(x - 5)(x + 3)(x + 7) = 135$.
5. Разложите на множители многочлен $x^3 + x^2 - 10x + 8$.
6. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\frac{x^2 - (4a - 3)x - 12a}{x^2 - 1} = 0$.

Контрольная работа № 10**Обобщение и систематизация знаний учащихся**

1. Представьте в виде степени выражение $(m^6)^{-2} : m^{-8}$.

2. Сократите дробь $\frac{b + 5\sqrt{b} + 25}{b\sqrt{b} - 125}$.

3. Докажите тождество

$$\left(\frac{a}{a^2 - 25} - \frac{a - 8}{a^2 - 10a + 25} \right) : \frac{a - 20}{(a - 5)^2} = -\frac{2}{a + 5}.$$

4. Первый рабочий изготовил 120 деталей, а второй — 144 детали. Первый рабочий изготавливал в час на 4 детали больше, чем второй, и работал на 3 ч меньше второго. Сколько деталей изготавливал за 1 ч каждый рабочий?

5. Решите уравнение $(\sqrt{x} - 6)(2x^2 - x - 15) = 0$.

6. Докажите, что при всех натуральных значениях n значение выражения $n^3 - 43n$ кратно 6.

7. При каких значениях параметра a уравнение $ax^2 + 2(a + 6)x + 24 = 0$ имеет два различных корня?

Контрольная работа № 1**Тема. Множества и операции над ними**

1. Задайте с помощью перечисления элементов множество $A = \{x \mid x \in \mathbf{Z}, (x + 2, 7)(x - 4)(x + 6) = 0\}$.
2. Запишите все подмножества множества делителей числа 5.
3. Какие из приведённых утверждений являются верными:
 - 1) $8 \subset \{2, 8\}$;
 - 2) $\{\emptyset\} \subset \{2, 8\}$;
 - 3) $\{2\} \subset \{2, 8\}$;
 - 4) $\emptyset \subset \{2, 8\}$?
4. Какие из приведённых утверждений являются верными:
 - 1) $\{1, 5\} \cap \{5\} = \{1\}$;
 - 2) $\{1, 5\} \cap \{5\} = \{5\}$;
 - 3) $\{1, 5\} \cap \emptyset = \emptyset$;
 - 4) $\{1, 5\} \cup \emptyset = \{1, 5\}$;
 - 5) $\{1, 5\} \cap \emptyset = \{1, 5\}$;
 - 6) $\{1, 5\} \setminus \{1\} = \{1\}$?
5. Классу, в котором 28 человек, задали выучить наизусть два стихотворения А.С. Пушкина. 14 учащихся выучили первое стихотворение, 16 — второе и только 7 — оба стихотворения. Сколько учащихся класса не выучили ни одного стихотворения?
6. Докажите, что множества $C = \{x \mid x = 9k - 7, k \in \mathbf{Z}\}$ и $D = \{x \mid x = 9n + 2, n \in \mathbf{Z}\}$ равны.
7. Докажите, что множество чисел вида $\frac{1}{3k}$, где $k \in \mathbf{N}$, счётно.
8. Множество B содержит 27 элементов. Каких подмножеств этого множества больше: с чётным количеством элементов или с нечётным количеством элементов?

Контрольная работа № 2**Основное свойство рациональной дроби.****Сложение и вычитание рациональных дробей**

1. Найдите область определения выражения:

$$1) \frac{x+5}{x+7} + \frac{14}{x+14}; \quad 2) \frac{8}{|x|-17}.$$

2. Сократите дробь:

$$1) \frac{24a^{12}c^6}{36a^6c^{11}};$$

$$2) \frac{49-n^2}{n^2-14n+49};$$

$$3) \frac{x^3+64}{x^2-7xy+4x-28y}.$$

3. Выполните действия:

$$1) \frac{y \cdot 18}{6y^2} - \frac{2-3y}{y^3}; \quad 3) \frac{b-7}{b+7} - \frac{b^2+49}{b^2+14b+49}.$$

$$2) \frac{24x^2}{6x-3} - 4x;$$

4. Упростите выражение $\frac{a+3}{4a+4} - \frac{a+1}{4a-4} - \frac{a}{1-a^2}$.

5. Постройте график функции $y = \frac{x^2+6x+9}{x+3}$.

6. Известно, что $\frac{x+4y}{y} = 12$. Найдите значение выражения

$$\frac{x^2+16y^2}{x^2-3xy}.$$

7. Найдите все натуральные значения n , при которых является целым числом значение выражения:

$$1) \frac{5n+6}{n}; \quad 2) \frac{n-1}{n-6}.$$

8. Упростите выражение $\frac{1}{3x-1} - \frac{1}{3x+1} - \frac{2}{9x^2+1} - \frac{4}{81x^4+1}$.

Контрольная работа № 3**Умножение и деление рациональных дробей.
Тождественные преобразования рациональных
выражений****1. Выполните действия:**

1) $-\frac{54a^8b^9}{c^{12}} \cdot \left(-\frac{c^{20}}{12a^4b^{16}}\right);$

2) $\frac{98m^8}{p^{17}} : (49m^5p^2);$

3) $\frac{x^2 - 49}{2x - 24} : \frac{5x + 35}{x - 8};$

4) $\frac{5y + 20}{y^2 - 16y + 64} \cdot \frac{6y - 48}{y + 4};$

2. Представьте в виде дроби выражение:

1) $\left(\frac{4x}{7y}\right)^8;$

2) $\left(-\frac{2a^5}{3b^2}\right)^5.$

3. Упростите выражение $\left(-\frac{3x^4}{y^7}\right)^5 : \left(\frac{9x^6}{y^8}\right)^3.$ **4. Упростите выражение:**

1) $\frac{x^3 + 125}{x^2 - 12x + 36} \cdot \frac{x^2 - 36}{x^2 - 5x + 25} - \frac{11x + 66}{x - 6};$

2) $\left(\frac{a+4}{a-4} - \frac{a-4}{a+4}\right) : \frac{48a}{16-a^2}.$

5. Докажите тождество

$$\left(\frac{a^2}{a+5} - \frac{a^3}{a^2+10a+25}\right) : \left(\frac{a}{a+5} - \frac{a^2}{a^2-25}\right) = \frac{5a-a^2}{a+5}.$$

6. Известно, что $16x^2 + \frac{9}{x^2} = 145$. Найдите значение выражения $4x + \frac{3}{x}$.

Контрольная работа № 4

Равносильные уравнения. Рациональные уравнения. Степень с целым отрицательным показателем.

Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график

1. Решите уравнение:

1) $\frac{16}{x^2 - 64} - \frac{x}{x - 8} = -1;$

2) $\frac{x}{x - 6} - \frac{36}{x^2 - 6x} = 0.$

2. Моторная лодка проплыла 20 км по течению реки и вернулась обратно, потратив на весь путь 2 ч 15 мин. Найдите скорость течения реки, если собственная скорость моторной лодки равна 18 км/ч.

3. Запишите в стандартном виде число:

1) 245 000;

2) 0,0019.

4. Представьте в виде степени с основанием a выражение:

1) $a^3 \cdot a^5;$

2) $a^{-6} : a^{-8};$

3) $(a^5)^{-3} \cdot a^{18}.$

5. Найдите значение выражения:

1) $8^{-2} - \left(\frac{16}{3}\right)^{-1};$

2) $\frac{8^{-4} \cdot 8^{-9}}{8^{-12}};$

3) $\frac{9^{-5} \cdot 81^{-3}}{(-729)^{-4}}.$

6. Упростите выражение $\frac{b^{-1} + 8}{b^{-2} - 14b^{-1} + 49} : \frac{b^{-2} - 64}{7b^{-1} - 49} - \frac{7}{b^{-1} - 8}.$

7. Решите графически уравнение $\frac{6}{x} = 5 - x.$

8. Для каждого значения параметра a решите уравнение:

1) $\frac{x + 8a}{x - 4} = 0;$

2) $\frac{ax + 4}{x - 1} = a - 1.$

Контрольная работа № 5**Основы теории делимости**

1. **Натуральные числа m и n таковы, что каждое из чисел $m - 4$ и $n + 23$ кратно 19. Докажите, что число $m + n$ также кратно 19.**
2. **Известно, что число n при делении на 6 даёт остаток 5. Какой остаток при делении на 6 даёт число $7n$?**
3. **Вместо звёздочки подставьте такую цифру, чтобы число $64\ 72*$ делилось нацело на 36.**
4. **Решите в натуральных числах уравнение $x^2 - 4y = 31$.**
5. **Какой остаток при делении на 8 даёт число 7^{43} ?**
6. **Найдите все натуральные значения n , при которых значение выражения $24^n - 1$ является простым числом.**
7. **Докажите, что при всех натуральных значениях n значение выражения $3 \cdot 8^{2n+1} + 62 \cdot 21^n$ кратно 43.**
8. **Чему может быть равным НОД (a ; b), если $a = 14n + 7$, $b = 21n + 13$?**

Контрольная работа № 6**Неравенства**

1. Дано: $4 < a < 5$ и $2 < b < 7$. Оцените значение выражения:
- 1) $6b - 2a$;
 - 2) $\frac{a}{b}$;
 - 3) $\frac{4}{3b-5}$.
2. Найдите множество решений неравенства:
- 1) $9x - 8 \geq 5(x + 2) - 3(8 - x)$;
 - 2) $(x - 4)(x + 12) \geq (x + 4)^2 - 7$;
 - 3) $\frac{x-8}{5} - \frac{x-9}{8} > \frac{x+4}{20}$.
3. Решите систему неравенств $\begin{cases} 2(x-8) \leq -3x+7, \\ 5x-8 > 8(x-2). \end{cases}$
4. Решите неравенство:
- 1) $|x^2 - 49| > 0$;
 - 2) $|2x + 8| \geq 4$;
 - 3) $|6x - 1| \leq 4x + 7$.
5. Постройте график функции $y = |2x + 6| - x$.
6. Решите уравнение $|x - 2| + |x + 8| = 10$.
7. Для каждого значения параметра b решите неравенство $(b + 6)^2 x \geq b^2 - 36$.

Контрольная работа № 7**Квадратные корни. Действительные числа**

1. Решите графически уравнение $x^2 - 4x + 3 = 0$.

2. Упростите выражение:

1) $8\sqrt{3} - 5\sqrt{12} + 4\sqrt{75}$;

2) $\frac{a-5}{a+2\sqrt{5a}+5}$.

3. Сравните числа $4\sqrt{3}$ и $3\sqrt{8}$.

4. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt{11a^2}$, если $a \leq 0$;

2) $\sqrt{-a^9}$;

3) $\sqrt{-a^{10}b^5}$, если $a > 0$.

5. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

1) $\frac{8}{3\sqrt{2}}$; 2) $\frac{4}{\sqrt{13}-3}$.

6. Внесите множитель под знак корня:

1) $-mn\sqrt{-n}$, если $m > 0$;

2) $(4-y)\sqrt{\frac{1}{y^2-8y+16}}$.

7. Упростите выражение

$$\left(\frac{\sqrt{m}}{m-16} - \frac{\sqrt{m}}{(4-\sqrt{m})^2} \right) \cdot \frac{m^2-8m+16}{4\sqrt{m}} + \frac{2}{\sqrt{m}+4}.$$

8. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{10-x} + \frac{x-5}{3-\sqrt{x}}.$$

9. Для каждого значения параметра a решите уравнение

$$(x+6)\sqrt{x-18a} = 0.$$

Контрольная работа № 8**Квадратные уравнения. Теорема Виета**

1. Решите уравнение:

1) $4x^2 - 20 = 0$;

2) $3x^2 + 5x = 0$;

3) $x^2 - 5x - 24 = 0$;

4) $9x^2 + 2x - 7 = 0$;

5) $7x^3 - 6x + 2 = 0$;

6) $4x^2 + 12x + 9 = 0$.

2. Диагональ прямоугольника на 6 см больше одной из сторон и на 3 см больше другой. Найдите стороны прямоугольника.

3. Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + 10x - 4 = 0$. Не решая уравнения, найдите значение выражения $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1$.

4. Составьте уравнение, корни которого на 2 меньше корней уравнения $x^2 - 4x + 1 = 0$.

5. Решите уравнение $|x^2 - 4x - 6| = 2x + 3$.

6. При каких значениях параметра a произведение корней уравнения $x^2 + (a + 1)x + a^2 - 3a = 0$ равно 4?

Контрольная работа № 9

Квадратный трёхчлен. Решение уравнений, сводящихся к квадратным. Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций. Деление многочленов

1. Сократите дробь $\frac{4a^2 + a - 3}{a^2 - a - 2}$.
2. Решите уравнение $\frac{10}{x^2 - 100} + \frac{x - 20}{x^2 + 10x} - \frac{5}{x^2 - 10x} = 0$.
3. Первый автомобиль проезжает расстояние, равное 300 км, на 1 ч быстрее, чем второй. Найдите скорость каждого автомобиля, если скорость первого автомобиля на 10 км/ч больше скорости второго.
4. Решите уравнение:
 - 1) $x^4 - 35x^2 - 36 = 0$;
 - 2) $(x - 2)(x - 6)(x + 1)(x + 5) = -180$.
5. Разложите на множители многочлен $x^3 - x^2 - 10x - 8$.
6. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\frac{x^2 - (4a + 5)x - 20a}{x^2 - 4} = 0$.

Контрольная работа № 10**Обобщение и систематизация знаний учащихся**

1. Представьте в виде степени выражение $(n^{-3})^4 : n^{-15}$.
2. Сократите дробь $\frac{a - 4\sqrt{a} + 16}{a\sqrt{a} + 64}$.
3. Докажите тождество
$$\left(\frac{b}{b^2 - 8b + 16} - \frac{b + 6}{b^2 - 16} \right) : \frac{b + 12}{b^2 - 16} = \frac{2}{b - 4}$$
.
4. Первый насос наполнил водой бассейн объёмом 360 м^3 , а второй — объёмом 480 м^3 . Первый насос перекачивал в час на 10 м^3 воды меньше, чем второй, и работал на 2 ч больше второго. Какой объём воды перекачивал за 1 ч каждый насос?
5. Решите уравнение $(\sqrt{x} - 7)(3x^2 - x - 10) = 0$.
6. Докажите, что при всех натуральных значениях n значение выражения $n^3 - 31n$ кратно 6.
7. При каких значениях параметра a уравнение $ax^2 + 2(a + 4)x + 16 = 0$ имеет два различных корня?

Справочный материал

Таблица простых чисел первой тысячи

2	79	191	311	439	577	709	857
8	83	193	313	443	587	719	859
5	89	197	317	449	593	727	863
7	97	199	331	457	599	733	877
11	101	211	337	461	601	739	881
13	103	223	347	463	607	743	883
17	107	227	349	467	613	751	887
19	109	229	353	479	617	757	907
23	113	233	359	487	619	761	911
29	127	239	367	491	631	769	919
31	131	241	373	499	641	773	929
37	137	251	379	503	643	787	937
41	139	257	383	509	647	797	941
43	149	263	389	521	653	809	947
47	151	269	397	523	659	811	953
53	157	271	401	541	661	821	967
59	163	277	409	547	673	823	971

Окончание

61	167	281	419	557	677	827	977
67	173	283	421	563	683	829	983
71	179	298	431	569	691	839	991
73	181	307	438	571	701	853	997

Таблица квадратов натуральных чисел от 10 до 99

Десятки	Единицы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Содержание

От авторов	3
Самостоятельные работы	4
Вариант 1	4
Вариант 2	25
Вариант 3	46
Вариант 4	67
Контрольные работы	88
Вариант 1	88
Вариант 2	98
Справочный материал	108

Учебное издание

Мерзляк Аркадий Григорьевич
Половский Виталий Борисович
Рабинович Ефим Михайлович
Якир Михаил Семёнович

Алгебра

8 класс

Самостоятельные и контрольные работы

**Пособие для учащихся
общеобразовательных организаций**

Редактор Э.А. Мазурова
Художественный редактор М.В. Новоторцев
Макет В.Ю. Стеблева
Внешнее оформление Н.И. Фокиной
Компьютерная вёрстка О.В. Поповой
Технический редактор Е.А. Урвачева
Корректоры О.Ч. Кохановская, О.А. Мерзликينا

Подписано в печать 10.05.17. Формат 60×84/16
Гарнитура SchoolBook. Печать офсетная
Печ. л. 7,0. Тираж 3000 экз. Заказ № Э-1949
Отпечатано в типографии ООО «Комбинат программных средств»
420044, РТ, г.Казань, пр.Ямашева, д.36Б.

ООО Издательский центр «Вентана-Граф»
123308, г. Москва, ул. Зорге, д. 1, эт. 5
Сайт: drofa-ventana.ru



**Предложения и замечания по содержанию и оформлению книги
можно отправлять по электронному адресу: expert@drofa-ventana.ru**

**По вопросам приобретения продукции издательства обращайтесь:
тел.: 8-800-700-64-83; e-mail: sales@vgf.ru; сайт: drofa-ventana.ru/buy/**